

# **Controlo Linear de um Servoactuator Pneumático**

*Vitor Hugo Teixeira Amaral*

## **Relatório de Projecto Final**

Orientador: Prof. Dr. Fernando Gomes de Almeida



**Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto**  
**Mestrado Integrado em Engenharia Mecânica**

Julho de 2008



# Resumo

Os actuadores pneumáticos constituem soluções de baixo custo e de elevada fiabilidade em sistemas de manipulação industrial. No entanto, a sua natureza não linear tem impedido uma utilização alargada em tarefas que exigem posicionamento programável.

Para além da não linearidade induzida pela elevada compressibilidade do fluido utilizado como meio de transmissão de energia – o ar –, a normal existência de forças de atrito não viscoso – devida, essencialmente, aos vedantes – dificulta a obtenção de uma elevada precisão de posicionamento. A utilização de acções de controlo integral origina, nestes sistemas, um ciclo - limite, o que impede, de uma forma geral, a sua utilização como meio de atingir a precisão de posicionamento pretendida.

Resultados de investigação recentes apontam para a impossibilidade de estabilizar um cilindro pneumático industrial, com vedantes, através de acções de controlo que apenas dependem de grandezas cinemáticas. Esses algoritmos, sendo cegos às dinâmicas das pressões nas câmaras do actuador, não conseguem evitar os fenómenos de descolagem que impedem a imobilização do pistão. Assim, propõe-se neste trabalho a exploração de algoritmos de controlo lineares que utilizem acções de controlo dependentes das pressões existentes nas câmaras do actuador como forma de garantir a imobilização do pistão na, ou junto da, posição pretendida.

Foram testados na instalação experimental três tipos de controladores: o controlador proporcional; o controlador por retorno de estado (RE) sem acção integral; controladores RE com acção integral restringida. Os resultados experimentais comprovam um bom desempenho dos dois últimos, em que se atinge uma precisão de  $\pm 1\text{mm}$  no posicionamento arbitrário de uma carga. São também alcançadas bons resultados no seguimento de diversas trajectórias.



# Abstract

Pneumatic actuators provide low cost and high reliability solutions in industrial manipulation systems. However, its nonlinear nature has prevented its widespread use in tasks that require programmable positioning.

Besides the non-linearity induced by the high compressibility of the fluid used as a means of transmitting energy - the air - the normal existence of non viscous friction forces – due to, mainly, the seals - inhibit a high positioning precision. The use of integral action control originates, in these systems, limit - cycles, which prevent, in general, its use as a means of achieving the desired positioning accuracy.

Recent research results indicate the impossibility of stabilizing an industrial pneumatic cylinder, with seals, through control actions that just rely on kinematics variables. Those algorithms, being blind to the dynamics of the pressures in the chambers of the actuator, cannot avoid the sticking and restarting phenomena that hinders the piston immobilization. Thus, the intents in this work are the exploration of linear control algorithms that use control actions dependent on the pressures in the actuator chambers as a way of guaranteeing the immobilization of the piston at, or near, the intended position.

Three controller types have been tested in the experimental installation: the proportional controller; the state feedback controller without integral control action; state feedback controllers with constrained integral control action. The experimental results show good performances with the two last ones where an accuracy of  $\pm 1\text{mm}$  is reached in the arbitrary placement of a mass. They also achieve good results in the tracking of several motion trajectories.



# Agradecimentos

Este trabalho foi um importante passo no desenvolvimento das minhas competências, em que tive oportunidade de adquirir novos conhecimentos, e aplicar muitos dos que adquiri nos anos deste curso que agora termina. Para além disso, também contribuiu para o meu desenvolvimento pessoal, na interacção com outras pessoas no ambiente “laboral”. Por isso, e porque existem várias pessoas que contribuíram, e contribuem, para o meu sucesso e deste Projecto, aqui tenho de deixar o meu agradecimento.

Em primeiro lugar agradeço ao meu orientador, Professor Fernando Gomes de Almeida, a forma como me recebeu neste trabalho e como me orientou durante o mesmo. Pelos conhecimentos transmitidos nos vários encontros e reuniões ao longo do semestre sobre variados temas. Também pela forma de estar, pelo entusiasmo, que me permitiu ter gosto e ânimo pelo trabalho que foi sendo elaborado, embora sempre com rigor e profissionalismo.

Agradeço, também, ao Professor Francisco Freitas, pela forma como seguiu todos os projectos, com exigência, e pelos conselhos dados na elaboração dos vários trabalhos.

Ao Eng. João Falcão Carneiro, pela importante ajuda dada e pela disponibilidade sempre demonstrada na resolução dos vários problemas que foram surgindo.

A todos os colegas/amigos “vizinhos” de trabalho que comigo partilharam não só o espaço, assim como todas as dificuldades e vicissitudes dos projectos, mas também todas as alegrias e conversas que fomos tendo ao longo do tempo.

A todos os outros colegas/amigos da faculdade, pelo interesse demonstrado no meu sucesso e por todas as ajudas dadas.

Agradeço a toda a família que me acolheu nesta boa terra, por todas as vivências proporcionadas que me ajudaram a crescer intelectualmente e socialmente.

As meus pais, por todos os esforços feitos, para que este curso fosse uma realidade, todos os “puxões de orelha” e todos os conselhos ao longo da minha vida.

À Ana, pela sua forma de estar muito própria, que eu tanto amo, com toda a alegria me impõe rigor e exigência para que consiga ser mais e melhor. Por todos os sonhos que sonha para mim, e para nós. Por todo o amor dado e demonstrado.

A todos agradeço...





# Índice

Índice .....	ix
Lista de Figuras .....	xi
Lista de Tabelas .....	xv
Nomenclatura .....	xvii
CAPÍTULO 1 .....	1
Introdução .....	1
1.1 Aplicação na indústria .....	2
1.2 Descrição da instalação experimental .....	3
1.2.1 Sistema electropneumático .....	6
1.2.2 Sistema de controlo e aquisição de dados .....	9
1.3 Objectivos do trabalho .....	11
1.4 Organização do trabalho .....	11
CAPÍTULO 2 .....	13
Modelação do Sistema .....	13
2.1 Modelo termodinâmico de uma câmara do actuador .....	13
2.2 Modelo de caudal .....	16
2.3 Modelo Mecânico .....	17
2.4 Modelo Não-linear do Sistema .....	18
2.5 Modelo Linearizado de 4ª ordem .....	19
2.5.1 Cálculo dos coeficientes do modelo linearizado .....	20
2.6 Modelo linearizado de 3ª ordem .....	25
CAPÍTULO 3 .....	29
Projecto dos Controladores .....	29
3.1 Controlador Proporcional .....	29
3.2 Controlador por retorno de estado (RE) .....	29
3.2.1 Controlador por retorno de estado sem acção integral .....	30
3.2.2 Controlador por retorno de estado com acção integral .....	32
CAPÍTULO 4 .....	35
Implementação dos controladores .....	35
4.1 Referências .....	35
4.1.1 Entrada em degrau .....	35

4.1.2 Entrada em rampa .....	36
4.1.3 Sinais Sinusoidais .....	37
4.1.4 Gerador de Sinais.....	37
4.1.5 Gerador de trajectórias.....	38
4.2 Offset da acção de controlo da válvula .....	39
4.3 Blocos de comunicação.....	43
4.4 Controladores .....	44
4.4.1 Controlador Proporcional .....	44
4.4.2 Controlador por Retorno de Estado sem acção integral .....	49
4.4.3 Controlador por Retorno de Estado com acção integral .....	63
4.4.3.1 Seguimento de trajectórias .....	66
4.4.3.2 Posicionamento .....	69
4.4.4 – Resumo dos resultados obtidos.....	80
CAPÍTULO 5 .....	81
Conclusões e trabalhos futuros .....	81
5.1 Principais conclusões do trabalho.....	81
5.2 Trabalhos e desenvolvimentos futuros .....	82
BIBLIOGRAFIA .....	83

# Lista de Figuras

Fig.1 – Instalação experimental: sistema de controlo e aquisição de dados (retirado de [5])....	4
Fig.2 – Instalação experimental: sistema electropneumático (retirado de [5]) .....	4
Fig.3 – Relações entre os diversos elementos da instalação experimental (retirado de [5]) .....	5
Fig.4 – Circuito pneumático do sistema .....	6
Fig.5 – Esquema da parte mecânica do sistema servopneumático (retirado de [5]) .....	8
Fig.6 – Sistema de guiamento e medição da posição do carro (retirado de [5]) .....	9
Fig.7 – PC, aquisição de dados e condicionamento de sinal .....	10
Fig.8 – Modelo Mecânico (retirado de [5]) .....	17
Fig.9 – Cálculo de $\partial PA/\partial u$ para efeitos de linearização do modelo.....	22
Fig.10 – Diagrama de blocos correspondente ao sistema linearizado de 3ª ordem.....	27
Fig.11 – Controlador proporcional .....	29
Fig.12 – Controlador RE sem acção integral.....	30
Fig. 13 – Controlador RE com acção integral .....	32
Fig.14 – Entrada em degrau.....	36
Fig.15 – Entrada em Rampa .....	36
Fig.16 – Sinal Sinusoidal.....	37
Fig.17 – Onda quadrada variável.....	38
Fig.18 – Degráu com aceleração e desaceleração .....	39
Fig.19 – Offset manual .....	40
Fig.20 – Offset utilizando transdutores de pressão .....	41
Fig.21 – Erros de offset para vários valores de comando.....	42
Fig.22 – Erro do offset utilizando transdutores de pressão .....	43
Fig.23 – Entradas e saídas de dados para os controladores .....	44
Fig.24 – Controlador proporcional com entrada em degrau.....	44
Fig.25 – Referência _ Vs _ <i>Encoder</i> (degrau).....	45
Fig.26 – Erro (degrau) .....	45
Fig.27 – Controlador proporcional com entrada em rampa .....	46
Fig.28 – Referência _ Vs _ <i>Encoder</i> (rampa).....	46
Fig.29 – Erro (rampa) .....	47
Fig.30 – Controlador proporcional com entrada uma onda quadrada de amplitude variável ..	47
Fig.31 – Referência _ Vs _ <i>Encoder</i> (onda quadrada variável) .....	48
Fig.32 – Erro (onda quadrada variável).....	48

Fig.33 – Resultados de posicionamento do controlador por retorno de estado, $M_{min}$ , $\omega_{RE} = 60 \text{ rad/s}$ [5] .....	49
Fig.34 – Controlador RE sem acção integral .....	50
Fig.35 – Subsistema ‘arranque do encoder’ .....	51
Fig.36 – Subsistema ‘Força Resultante’ .....	51
Fig.37 – Subsistema ‘calc _ Velocidade’ .....	52
Fig.38 – Referência _ Vs _ Encoder – RE sem acção integral (60 rad/s).....	52
Fig.39 – Erro _ rampa _ degrau – RE sem acção integral (60 rad/s) .....	53
Fig.40 – Referência _ Vs _ Encoder – RE sem acção integral (60 e 70 rad/s).....	54
Fig.41 – Erro _ onda quadrada variável – RE sem acção integral (60 rad/s) .....	54
Fig.42 – Erro _ onda quadrada variável – RE sem acção integral (70 rad/s) .....	55
Fig.43 – Subsistema ‘Força Resultante’ com filtro de Bessel .....	56
Fig.44 – Referência _ Sequência de Degraus .....	57
Fig.45 – Erro _ Filtro nas pressões_80 rad/s.....	58
Fig.46 – Erro _ Filtro nas pressões_100 Hz.....	58
Fig.47 – Oscilação com $\omega_n = 50$ e $\xi = 0.7$ .....	60
Fig.48 – Oscilação com $\omega_n = 40$ , $\xi = 0.8$ .....	60
Fig.49 – Erro _ Sequência de Degraus, $\omega_n = 40$ , $\xi = 0.7$ e $\omega_n = 45$ , $\xi = 0.7$ .....	61
Fig.50 – Erro _ Gerador de trajectórias, $\omega_n = 45$ , $\xi = 0.7$ , Aceleração 3, 6 e $20 \text{ m/s}^2$ .....	62
Fig.51 – Erro _ $\omega_n = 45$ , $\xi = 0.7$ , Aceleração ‘20’ e Repetição Sinal.....	63
Fig.52 – Controlador RE com acção integral.....	65
Fig.53 – RE com acção integral _ Integrador .....	65
Fig.54 – RE com acção integral _ Integrador _ Contador .....	66
Fig.55 – Referência _ Sinusóide .....	67
Fig.56 – Sinusóide _ Sinais sem restrições, com Contador e com <i>Dead Zone</i> _ Pico.....	67
Fig.57 – Sinusóide _ Sinais sem restrições, com Temporizador e com <i>Dead Zone</i> _ Rampa..	68
Fig.58 – Erro _ Sinusóide _ Sinais sem restrições, com Temporizador e com <i>Dead Zone</i> .....	68
Fig.59 – Erro_Sinusóide_Sinais sem restrições, com Temporizador e com <i>Dead Zone</i> _Zoom	69
Fig.60 – Ciclo limite .....	70
Fig.61 – Erro _ Onda quadrada variável _ <i>Dead Zone</i> $\pm 1 \text{ mm}$ .....	71
Fig.62 – Erro _ Repetição de referências _ <i>Dead Zone</i> $\pm 0.5 \text{ mm}$ .....	71
Fig.63 – Erro_Sequência de degraus com Gerador de Trajectória_ <i>Dead Zone</i> de -0.1 e 0.6 mm	73
Fig.64 – Erro_Sequência de degraus com Gerador de Trajectória_ <i>Dead Zone</i> $\pm 0.01 \text{ mm}$ .....	73
Fig.65 – Erro _ Sign e Contador = (3,4 e 5) .....	74

Fig.66 – Erro _ Sequência de degraus com Gerador de Trajectórias _ <i>Dead Zone</i> $\pm 0.5$ mm; Contador de 3.....	75
Fig.67 – Erro _ Sequência de degraus com Gerador de Trajectórias _ <i>Dead Zone</i> $\pm 0.5$ mm; Contador de 6.....	75
Fig.68 – Erro _ Onda quadrada com amplitude variável _ Temporizador = 450 ms.....	76
Fig.69 – Erro _ Sequência de degraus com Gerador de Trajectória _ Temporizador = 400 ms	77
Fig.70 – Erro _ Sequência de degraus com Gerador de Trajectória _ Temporizador = 500 ms	78
Fig.71 – Erro _ Repetição de degraus _ Temporizador = 400 ms .....	78
Fig.72 – Erro _ Repetição de degraus _ Temporizador = 500 ms .....	79



# Lista de Tabelas

Tabela 1 – Principais características da servoválvula utilizada.....	7
Tabela 2 – Dimensões do actuador pneumático .....	8
Tabela 3 – Características eléctricas e de condicionamento de sinal .....	10
Tabela 4 – Valores do sistema no ponto de equilíbrio .....	19
Tabela 5 – Parâmetros do modelo de 3ª ordem identificado em [5] .....	27
Tabela 6 – Valores dos ganhos $\mathbf{K}$ para $M_{\min}$ .....	31
Tabela 7 – Valores dos ganhos $\tilde{\mathbf{K}}$ para $M_{\min}$ .....	33
Tabela 8 – Valores de offset manual .....	40
Tabela 9 – Valores de offset com transdutores de pressão.....	42
Tabela 10 – Valores de ganho para diferentes valores de $\omega_{RE}$ – RE sem acção integral .....	56
Tabela 11 – Valores de ganho para diferentes valores de $\omega_n$ e $\xi$ .....	59
Tabela 12 – Valores de ganho para diferentes valores de $\omega_{RE}$ – RE com acção integral .....	72
Tabela 13 – Resultados de vários controladores para diferentes trajectórias .....	80





# Nomenclatura

## Definições gerais e operadores

Símbolo	Descrição
$a, A$	Constante ou variável escalar
$\mathbf{a}, \mathbf{A}$	Vector ou matriz
$\min$	mínimo
$\max$	máximo
$\frac{d}{dt}(\bullet), \dot{\bullet}$	Derivada em ordem ao tempo
$\frac{\partial}{\partial x}(\bullet)$	Derivada parcial em ordem a $x$
$\approx$	Aproximadamente igual
$ \bullet $	Valor absoluto
$\bar{\bullet}$	Valor médio
$\bullet^{-1}$	Matriz ou função inversa
$\bullet^T$	Vector ou matriz transpostos

## Notação

Símbolo	Descrição
$A_A, A_B$	Áreas das câmaras A e B (m <sup>2</sup> )
$A_h$	Área da haste do cilindro (m <sup>2</sup> )
$A_q$	Área de transferência de calor (m <sup>2</sup> )
$\bar{A}_q$	Área de transferência de calor média (m <sup>2</sup> )
$B$	Propriedade genérica $B$
$B^s$	Valor específico da propriedade $B$ (valor de $B$ por unidade de massa)
$C_{A1}, C_{A2}, C_{B1}, C_{B2}$	Condutâncias sónicas dos orifícios A e B, restrições 1 e 2 respectivamente (m <sup>3</sup> s <sup>-1</sup> Pa <sup>-1</sup> )
$D_p$	Diâmetro do pistão do actuador pneumático (m)
$D_h$	Diâmetro da haste do actuador pneumático (m)

$E$	Energia (J)
$E^s$	Energia específica ( $\text{Jkg}^{-1}$ )
$F_{A,B}$	Força pneumática na câmara A e B (N)
$F_{\text{atr}}$	Força de atrito (N)
$F_{\text{atm}}$	Força devida à pressão atmosférica a actuar na haste do cilindro (N)
$F_{\text{ext}}$	Força externa ao sistema (N)
$G_{PA}, G_{PB}$	Coeficientes de sensibilidade caudal/pressão a câmara A e B ( $\text{kgs}^{-1}\text{Pa}^{-1}$ )
$G_{uA}, G_{uB}$	Ganho de caudal das válvulas A e B ( $\text{kgs}^{-1}\text{V}^{-1}$ )
$k_0$	Condutância térmica nas condições de equilíbrio
$k_a$	Coeficiente de atrito viscoso ( $\text{Nsm}^{-1}$ )
$k_{\text{lin}}$	Ganho do modelo linearizado do sistema ( $\text{ms}^{-1}\text{V}^{-1}$ )
$l$	Curso do cilindro (mm)
$m$	Massa de ar dentro das câmaras do actuador (kg)
$\dot{m}$	Caudal mássico de ar ( $\text{kgs}^{-1}$ )
$\dot{m}_{A,B}$	Caudal mássico de ar na câmara A e B ( $\text{kgs}^{-1}$ )
$\dot{m}_{A1}, \dot{m}_{A2}, \dot{m}_{B1}, \dot{m}_{B2}$	Caudal mássico de ar nas restrições 1 e 2 do orifício A e B ( $\text{kgs}^{-1}$ )
$M$	Massa total deslocada pelo actuador sistema (kg)
$n$	Índice politrópico
$P$	Pressão absoluta dentro da câmara do actuador (Pa)
$P_{\text{atm}}$	Pressão atmosférica absoluta (Pa)
$P_A, P_B$	Pressão absoluta da câmara A e B (Pa)
$P_{A0}, P_{B0}$	Pressão absoluta de equilíbrio estático da câmara A e B (Pa)
$P_s$	Pressão absoluta de alimentação (Pa)
$Q$	Calor (J)
$r$	Razão de pressões crítica
$R$	Constante específica do ar como gás perfeito ( $\text{Jkg}^{-1}\text{K}^{-1}$ )
$T$	Temperatura do ar dentro do actuador (K)
$T_0$	Temperatura de equilíbrio (K)
$T_A, T_B$	Temperatura do ar na câmara A e B (K)
$T_{A0}, T_{B0}$	Temperatura de equilíbrio do ar na câmara A e B (K)
$U$	Energia interna (J)

$U^s$	Energia interna específica ( $\text{Jkg}^{-1}$ )
$u$	Acção de controlo (V)
$v$	Velocidade do fluido ( $\text{ms}^{-1}$ )
$V$	Volume das câmaras do actuador ( $\text{m}^3$ )
$V_A, V_B$	Volume da câmara A e B do actuador ( $\text{m}^3$ )
$V_{A0}, V_{B0}$	Volume da câmara A e B do actuador na situação de equilíbrio ( $\text{m}^3$ )
$V_{Ad}, V_{Bd}$	Volume morto da câmara A e B ( $\text{m}^3$ )
$x, \dot{x}$	Posição (m), velocidade ( $\text{ms}^{-1}$ )
$x_0$	Posição central do pistão (m)
$y_{\text{ref}}$	Valor de referência da variável da saída do sistema (m)
$Y_1$	Função que integra a equação ISO 6358
$W$	Trabalho (J)
$\lambda$	Coefficiente de transferência de calor ( $\text{WK}^{-1}\text{m}^{-2}$ )
$\lambda_0$	Coefficiente de transferência de calor nas condições de equilíbrio ( $\text{WK}^{-1}\text{m}^{-2}$ )
$\xi$	Amortecimento do sistema
$\rho$	Massa volúmica ( $\text{kgm}^{-3}$ )
$\tau_A, \tau_B, \tau_m$	Constante de tempo das pressões nas câmaras A e B e sua média harmónica (s)
$\Phi_A, \Phi_B$	Constantes definidas na linearização do modelo ( $\text{Nm}^{-1}$ )
$\omega_{\text{RE}}$	Frequência de corte do protótipo de Bessel (rad/s)
$\omega_n$	Frequência natural (rad/s)



# CAPÍTULO 1

## *Introdução*

Derivado do termo grego πνευματικός (pneumatikos que significa ‘fôlego’, ‘alma’) [1], a ‘pneumática’ é o uso de um gás pressurizado como meio de transporte de energia na ciência e na tecnologia. O objectivo de um mecanismo pneumático é transmitir energia mecânica a um corpo, utilizando como meio de transmissão o ar ou outro gás sob pressão.

Os sistemas pneumáticos foram desde sempre empregues, encontrando-se aplicações em todas as épocas da história humana, desde os mais simples, como os tubos com dardos utilizados pelos caçadores primitivos, até aos complexos servomecanismos pneumáticos hoje utilizados em toda a indústria e não só, como, por exemplo, em grandes edifícios de escritórios, bancos e hospitais, onde sistemas pneumáticos ligam as diversas divisões entre si, para permitir o envio de pequenos objectos como cartas, notas, ou medicamentos.

Existem grandes exemplos na história, numa escala considerável, de aplicações da pneumática na vida quotidiana do Homem. Por exemplo, os sistemas de distribuição de correio nas grandes cidades, em Londres em meados do séc. XIX, em Paris (desde 1866 até ser encerrado em 1984) [2], e noutras cidades quer europeias, quer americanas. Ainda nos finais do século XIX foi desenvolvida outra grande aplicação dos sistemas pneumáticos, por Alfred Beach, sendo considerado como o primeiro sistema de metro em Nova Iorque [3]. Este sistema de transporte funcionou de forma experimental entre 1870 e 1873. Outras áreas também utilizam o ar comprimido, nomeadamente as ferramentas pneumáticas. Um grande exemplo da aplicação de ferramentas pneumáticas em larga escala foi a utilização de martelos de ar comprimido na construção do primeiro grande túnel dos Alpes, o túnel do monte Cénis entre França e Itália [4], no final do século XIX.

No entanto, muitas destas aplicações foram progressivamente substituídas ao longo dos tempos, quer por meios electrónicos e eléctricos, quer por sistemas baseados em combustíveis fósseis.

Como já foi referido, existem actualmente muitos sistemas pneumáticos, alguns deles com um nível de complexidade elevada, em várias aplicações, não só na indústria, mas principalmente nesta. Existem aplicações em sistemas de manufactura, tanto na manipulação e transporte de objectos em linhas de montagem, como no accionamento de máquinas

ferramentas e robôs: doseadores volumétricos utilizados no enchimento de garrafas, distribuição de peças numa linha de montagem, sistemas de posicionamento e avanço da banda de chapa que alimenta uma prensa, pequenos robôs de limpeza de vidros em edifícios, etc.

O sistema servopneumático estudado neste trabalho enquadra-se neste panorama, sendo vocacionado para tarefas que envolvam controlo de movimento.

### ***1.1 Aplicação na indústria***

Quando falamos em aplicações na indústria, os dispositivos nela utilizados têm normalmente como fontes energéticas a energia eléctrica, hidráulica ou pneumática. Para além do tipo de accionamento, estes dispositivos têm também um mecanismo de modulação da potência fornecida e um elemento que permite a transformação da energia fornecida pela fonte em energia mecânica.

Comparando as fontes de energia mencionadas, podemos dizer resumidamente que: os actuadores hidráulicos são mais vocacionados para situações em que as forças necessárias são mais elevadas e a velocidade de movimento é relativamente baixa; os actuadores eléctricos têm uma capacidade de força média, assim como os actuadores pneumáticos, mas atingindo velocidades consideravelmente superiores aos actuadores hidráulicos. Uma das vantagens dos actuadores hidráulicos e dos eléctricos relativamente aos pneumáticos é a facilidade com que é possível controlar de forma precisa a posição, a velocidade e a aceleração do seu elemento móvel. No entanto, os actuadores pneumáticos apresentam algumas vantagens relativamente aos outros dois. Apesar de a energia pneumática ser a mais dispendiosa das três, os sistemas pneumáticos têm custos de aquisição e manutenção inferiores, para além de serem os mais compactos. Estes possuem também uma vantagem essencial em indústrias como a alimentar e a farmacêutica: tratando-se de uma tecnologia “limpa”, o risco de fuga de ar não é problemático, comparando, por exemplo, com o óleo dos sistemas hidráulicos. Existem também situações particulares nas quais as características da tecnologia pneumática a tornam mais vantajosa como, por exemplo, no posicionamento de *waffers* durante o processo de microlitografia, em que se pretende evitar campos electromagnéticos e geração excessiva de calor.

No controlo de movimento, a escolha do tipo de accionamento depende muito da utilização do mecanismo, da sua especificidade. Na verdade, enquanto nos actuadores eléctricos a tarefa de posicionamento, mesmo com cargas variáveis, se realiza com alguma

facilidade, isso já não acontece num actuador pneumático, em que estas tarefas de posicionamento, dependente da carga, e o controlo da velocidade são funções difíceis de implementar. Isto deve-se essencialmente às não linearidades existentes num actuador pneumático, designadamente a compressibilidade do ar e as forças de atrito nos vedantes, bem como as características de escoamento das válvulas de comando. Assim, na indústria actual, para tarefas de posicionamento arbitrário, seguimento de trajectórias, e outras tarefas mais complexas que o posicionamento de cargas entre dois pontos fixos, os accionamentos eléctricos são os mais utilizados.

Desta forma, se forem resolvidos os problemas intrínsecos à tecnologia pneumática, esta poder-se-á tornar uma alternativa à eléctrica. Se for conseguida uma exactidão da mesma ordem de grandeza à atingida pelos accionamentos eléctricos (motores eléctricos acoplados a uma transmissão por correia atingem facilmente  $\pm 0.1\text{mm}$ ), a solução pneumática pode apresentar vantagens, visto que, para as mesmas velocidades, a pneumática tem custos inferiores.

## ***1.2 Descrição da instalação experimental***

A instalação experimental é a mesma que foi utilizada em [5], e é constituída por duas partes: sistema de controlo e aquisição de dados – Fig.1 – e sistema electropneumático – Fig.2. A parte de controlo e aquisição é constituída por um computador pessoal (PC) com cartas de aquisição de dados e por um quadro eléctrico. No quadro eléctrico, para além das tradicionais funções de alimentação e segurança, realiza-se também o condicionamento dos sinais provenientes dos transdutores existentes no sistema. A parte electropneumática é composta por uma unidade de tratamento de ar, duas servoválvulas, das quais apenas uma será utilizada neste trabalho, um actuador pneumático e carro por ele accionado, dois transdutores de pressão e um transdutor de posição. O transdutor de posição não é visível na Fig.2 pois encontra-se integrado no sistema de guiamento do carro.

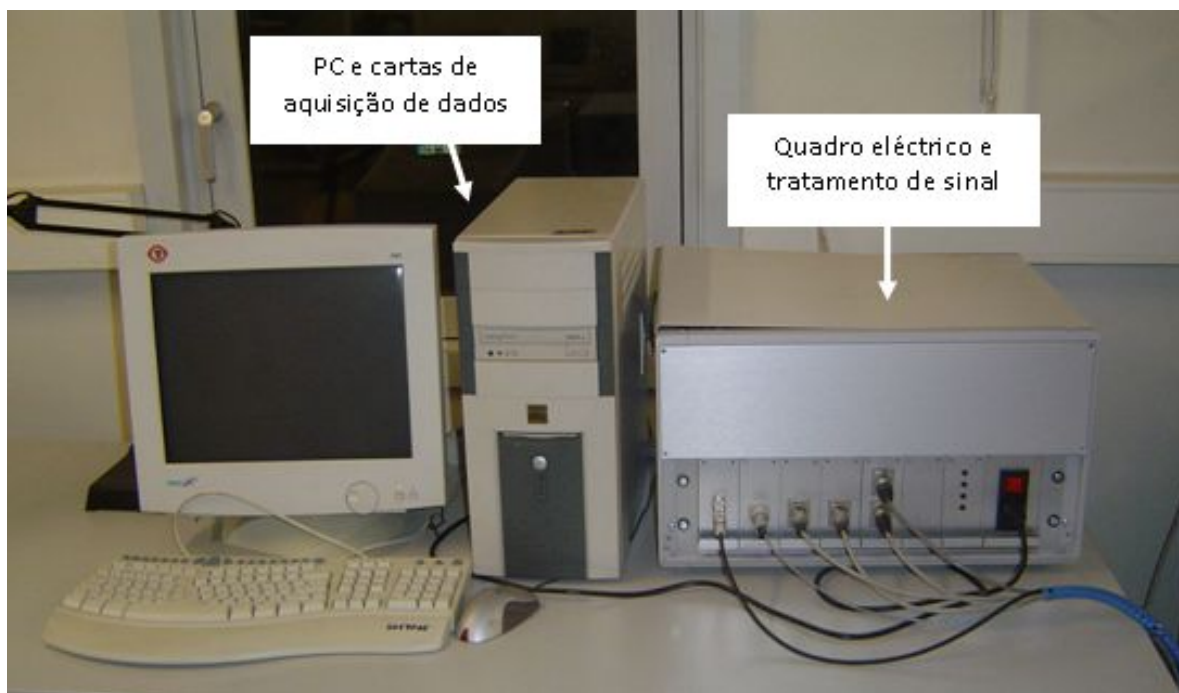


Fig.1 – Instalação experimental: sistema de controlo e aquisição de dados (retirado de [5])

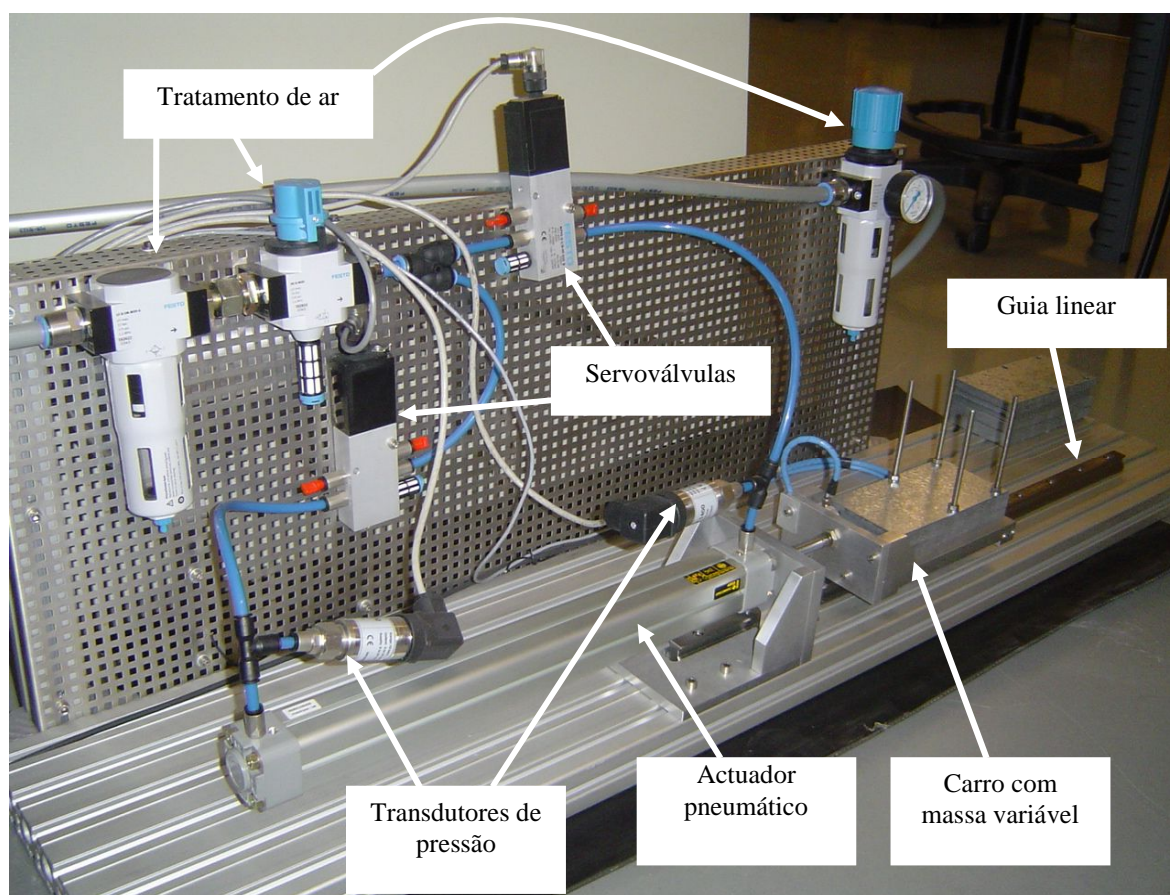


Fig.2 – Instalação experimental: sistema electropneumático (retirado de [5])

As relações entre os diferentes elementos do sistema estão representadas no diagrama da Fig.3. Visto que o objectivo é o controlo, quer do posicionamento, quer do seguimento de uma trajectória por parte do elemento móvel, é necessário controlar a quantidade de ar que



entra e sai em cada uma das câmaras do actuador. Essa é a tarefa da servoválvula, que está situada entre a fonte de energia pneumática e as câmaras do cilindro e desempenha assim o papel de moduladora de potência. Isto mesmo pode ser confirmado analisando o circuito pneumático do sistema, apresentado na Fig.4. O sinal de referência para a servoválvula (a acção de controlo) é calculado pelo controlador com base num algoritmo que analisa dois elementos: a posição ou trajectória desejadas para o carro e o valor de algumas variáveis de estado do sistema, medidos por transdutores e adquiridos pelas cartas de aquisição de dados.

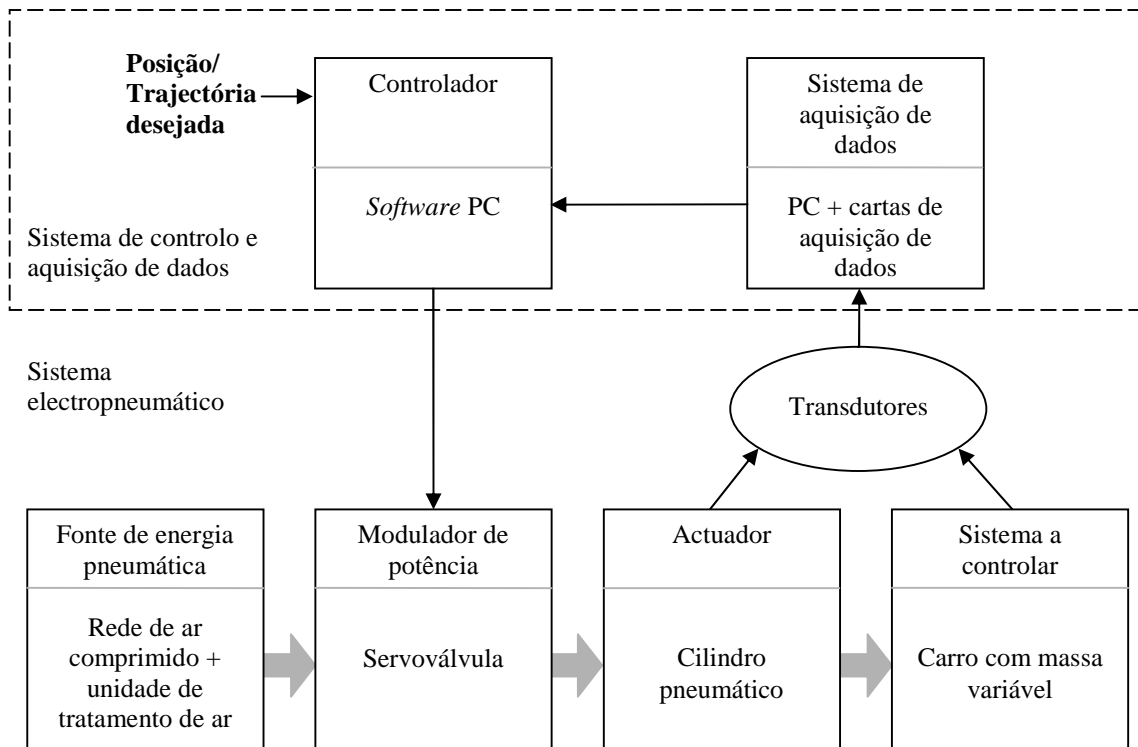


Fig.3 – Relações entre os diversos elementos da instalação experimental (retirado de [5])

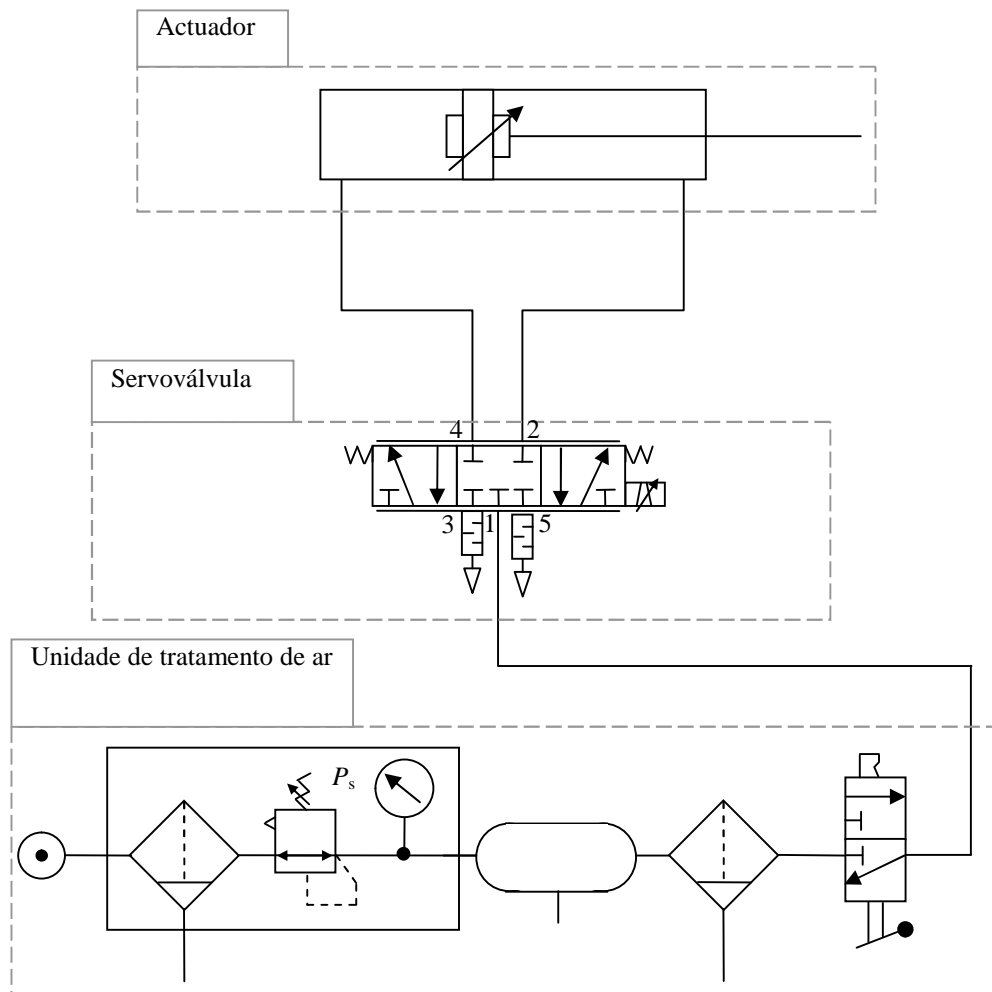


Fig.4 – Circuito pneumático do sistema

### 1.2.1 Sistema electropneumático

#### Unidade de tratamento de ar

A energia pneumática que alimenta o sistema é disponibilizada pela rede de distribuição de ar comprimido. A pressão disponível na rede é 10 bar (absoluto) e a pressão de alimentação utilizada neste trabalho é 7 bar (absoluto), pelo que na unidade de tratamento de ar existe uma válvula redutora de pressão (cf. Fig.4). Há também dois filtros de ar (40 $\mu$ m e 5 $\mu$ m) e uma válvula de corte da alimentação do circuito. Existe ainda um acumulador de 5 litros que permite reduzir as flutuações na pressão de alimentação  $P_s$ , que será assim considerada constante ao longo deste trabalho.

## Servoválvula

A servoválvula utilizada é fabricada pela FESTO (referência MPYE-5-1/8-HF-010-B), tem cinco orifícios e centro fechado. As suas principais características são apresentadas na Tabela 1.

É de ressaltar que, inicialmente, estavam instaladas duas servoválvulas, utilizando apenas 3 dos orifícios. Sendo necessária uma só servoválvula de cinco orifícios para controlar um cilindro pneumático de duplo efeito, foram feitas modificações na instalação nesse sentido. Com efeito, um dos objectivos deste trabalho, que serão apresentados posteriormente, foi o de modelar e controlar o sistema com apenas uma válvula.

Tabela 1 – Principais características da servoválvula utilizada

Característica	Valor
Pressão máxima admissível	10 bar
Tensão de alimentação	24 V
Caudal nominal	700 SLPM
Largura de banda a -3dB	100 Hz
Tensão de referência	0-10 V

## Actuador pneumático e carro guiado

A Fig.5 apresenta um esquema da parte mecânica do sistema. O carro é accionado pelo actuador pneumático e guiado externamente por um conjunto formado por uma guia e por um patim de esferas. A massa móvel pode ser alterada desde um valor mínimo  $M_{\min}$  quando o carro não transporta nenhuma chapa, até um valor máximo  $M_{\max}$  quando o carro transporta 44 chapas. A massa das 44 chapas é de 10.32 Kg. O valor quer de  $M_{\min}$  quer de  $M_{\max}$  foi identificado experimentalmente em [5]. O actuador pneumático é um cilindro industrial, de duplo efeito e assimétrico, do fabricante Asco-Joucomatic, que utiliza vedantes de baixo atrito do tipo “Omega” e possui amortecimento interno pneumático regulável. As suas dimensões, representadas na Fig.5, encontram-se na Tabela 2. Registe-se ainda que a posição  $x$  do carro é medida num referencial cuja origem corresponde à posição central do cilindro. Para além disso, como a ligação entre o carro e a haste do cilindro é rígida, a variável  $x$  representa indiferentemente a posição do carro e do pistão. Os volumes da câmara A ( $V_A$ ) e da câmara B ( $V_B$ ) são definidos por:

$$V_A = A_A (l/2 + x) + V_{Ad} \quad (1)$$

$$V_B = A_B (l/2 - x) + V_{Bd} \quad (2)$$

em que  $V_{Ad}$  e  $V_{Bd}$  representam os volumes mortos de cada câmara.

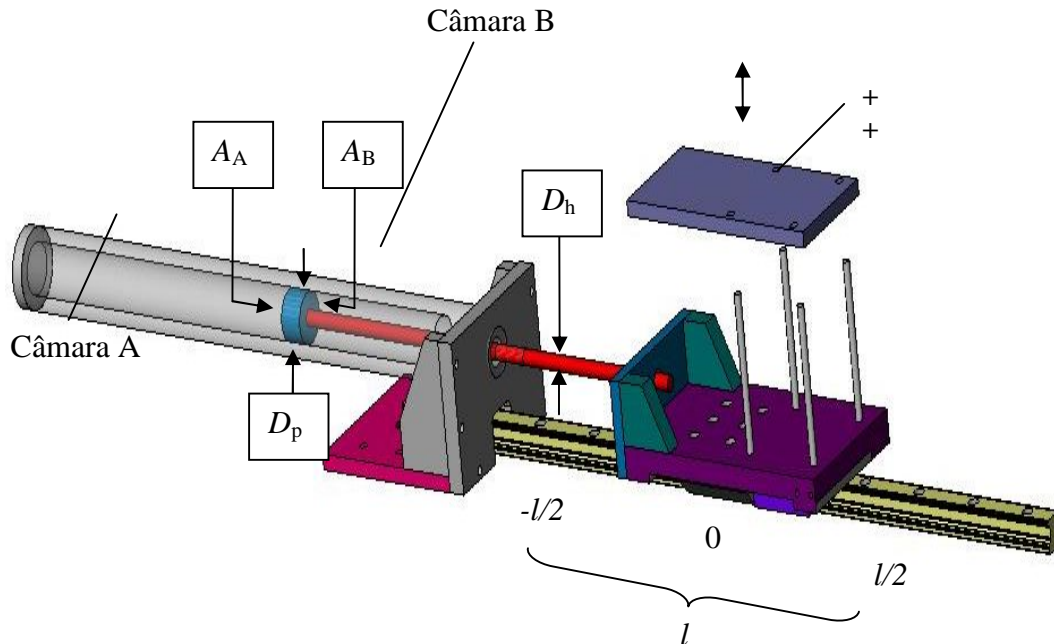


Fig.5 – Esquema da parte mecânica do sistema servopneumático (retirado de [5])

Tabela 2 – Dimensões do actuador pneumático

Variável	Descrição	Valor
$D_p$	Diâmetro do pistão	0.032 m
$D_h$	Diâmetro da haste	0.012 m
$L$	Curso do cilindro	0.4 m
$A_A$	Área da câmara A	$8.04 \times 10^{-4} \text{ m}^2$
$A_B$	Área da câmara B	$6.91 \times 10^{-4} \text{ m}^2$
$A_h$	Área da haste	$1.13 \times 10^{-4} \text{ m}^2$

### Transdutores e observadores das variáveis de estado

O sistema electropneumático está instrumentado com dois transdutores de pressão e um transdutor de posição. Os transdutores de pressão lêem a pressão à entrada de cada câmara e são fabricados pela empresa Druck (Druck PTX 1400). A sua gama de medição vai desde 0

até 10 bar absolutos e têm uma exactidão de 0.2% do valor de fim de escala (FS). O sinal de saída é uma corrente que varia entre 4 e 20 mA.

O transdutor de posição é comercializado pela Bosch/Rexroth e está integrado no sistema de guiamento, como representado na Fig.6. Trata-se de um codificador incremental, com princípio de funcionamento magnético, que é composto por dois elementos: um bloco de leitura solidário com o patim e uma régua graduada inscrita na guia. A resolução deste codificador é de 5  $\mu\text{m}$ , a velocidade máxima possível é 5  $\text{ms}^{-1}$  e o sinal de saída obedece à norma RS 422.

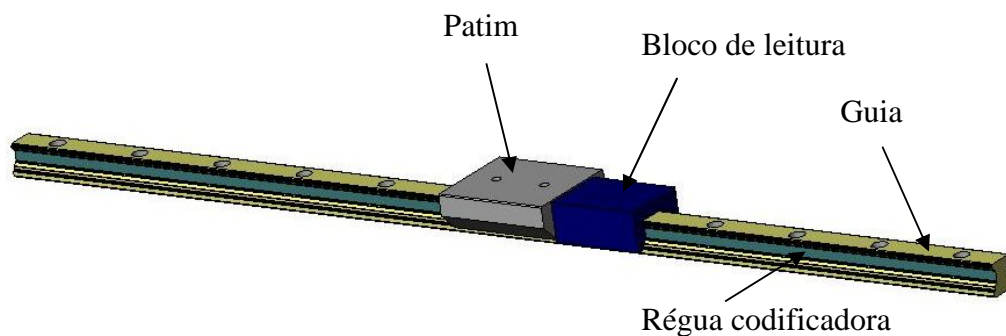


Fig.6 – Sistema de guiamento e medição da posição do carro (retirado de [5])

### 1.2.2 Sistema de controlo e aquisição de dados

#### Estrutura informática e de aquisição de dados

O controlador do sistema foi desenvolvido com base num PC cujo CPU é um Intel Pentium III com uma velocidade de relógio de 1GHz. No seu interior foram montadas duas cartas de aquisição: uma carta fabricada pela *Measurement Computing*, de 16 bits, com 8 canais diferenciais analógicos de entrada e dois canais de saída (referência PCI-DAS1602/16) e uma carta de codificadores da mesma empresa (referência PCI-QUAD04) para o transdutor de posição.

O *software* utilizado para o controlo do sistema foi o Matlab/Simulink®, que permite configurar directamente as cartas de aquisição de dados por *software*, assim como definir a frequência de amostragem pretendida. Para além disso, o Matlab/Simulink® possibilita a geração automática de código C executável em tempo real através do *Real Time Workshop*. A frequência de aquisição utilizada neste trabalho foi de 1 KHz.

### Condicionamento de sinal

A Fig.7 representa esquematicamente o condicionamento de sinal e sua ligação ao PC. Os sinais provenientes dos transdutores são condicionados no quadro eléctrico através de cartas desenvolvidas ou adquiridas para o efeito. Exceptuando o transdutor de posição que se encontra directamente ligado à carta do codificador incremental existente no PC, as cartas dos condicionadores têm todas a mesma estrutura que consiste num andar de amplificação para uniformizar as gamas de sinais e em filtros de primeira ordem destinados a reduzir o ruído. A

Tabela 3 resume as principais características eléctricas e de condicionamento de sinal dos transdutores do sistema.

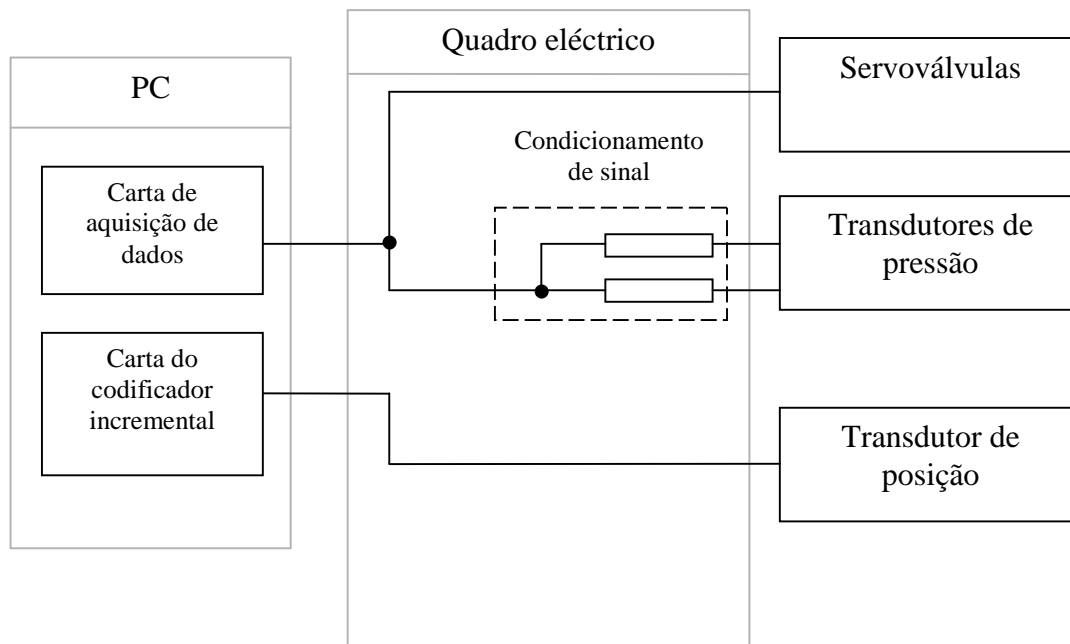


Fig.7 – PC, aquisição de dados e condicionamento de sinal

Tabela 3 – Características eléctricas e de condicionamento de sinal

Transdutor	Sinal de alimentação	Sinal de saída	Ganho de amplificação	Frequência de corte do filtro
Transdutores de Pressão	Tensão: + 24 VDC	Corrente: 4 – 20 mA	0,499 V/mA	100 Hz

### ***1.3 Objectivos do trabalho***

O objectivo global deste trabalho é contribuir para a melhoria do desempenho de servomecanismos pneumáticos. Como já foi referido, estes tem algumas desvantagens em relação aos sistemas eléctricos (actualmente os mais utilizados), devidas, principalmente, aos comportamentos não lineares quer dos seus constituintes, quer do fluido utilizado – o ar. Desta forma, se estas condicionantes forem ultrapassadas, podem conduzir a soluções pneumáticas alternativas às eléctricas em tarefas que exigem posicionamento programável.

Investigações recentes apontam para a impossibilidade de estabilizar um cilindro pneumático industrial, com vedantes, através de acções de controlo que apenas dependem de grandezas cinemáticas. Esses algoritmos, sendo cegos às dinâmicas das pressões nas câmaras do actuador, não conseguem evitar os fenómenos de descolagem que impedem a imobilização do pistão. Para isso, pretende-se desenvolver controladores lineares que utilizem acções de controlo dependentes das forças pneumáticas, de maneira a permitir melhorar o desempenho de sistemas servopneumáticos no controlo de movimento.

Além disso, como industrialmente são importantes os custos inerentes a qualquer sistema, outro objectivo será a redução do número de componentes constituintes existentes na instalação inicial, nomeadamente de válvulas de comando.

### ***1.4 Organização do trabalho***

Inicialmente foi feita uma pesquisa de informação relativamente ao projecto escolhido, nomeadamente em [5]. Também foi feita uma calendarização, de maneira a organizar e esquematizar todo o trabalho a desenvolver durante o projecto. Para exposição pública, quer da apresentação do projecto, quer dos progressos realizados ao longo deste, foi previamente formado um sítio na internet.

Relativamente ao trabalho aqui apresentado, elaborou-se a modelação do sistema, como será apresentado no capítulo 2, explicitando como variáveis de estado as forças pneumáticas existentes nas câmaras do actuador. O modelo não linear obtido, de 4ª ordem, foi seguidamente linearizado. Posteriormente, a sua ordem foi reduzida, resultando num modelo linear de 3ª ordem.

No capítulo seguinte, são escolhidos e projectados 3 controladores lineares a serem experimentados no sistema, nomeadamente, o controlador proporcional, o controlador por

retorno de estado sem acção integral e o controlador por retorno de estado com acção integral, este último com algumas modificações tendo em vista eliminar o ciclo limite que provoca oscilações originadas pela combinação da não linearidade devida à força de atrito estático com a acção integral do controlador.

A implementação dos controladores, assim como os resultados experimentais obtidos, são apresentados no capítulo 4.

Finalmente, no capítulo 5, são retiradas as principais conclusões do trabalho e apresentadas algumas sugestões de trabalhos futuros.



# CAPÍTULO 2

## *Modelação do Sistema*

### *2.1 Modelo termodinâmico de uma câmara do actuador*

Primeiramente foi efectuada a modelação termodinâmica das câmaras do cilindro. Para isso, recorreu-se ao teorema de transporte de Reynolds, aplicado a um volume de controlo genérico que se move e é deformável:

$$\frac{d}{dt}(B) = \frac{d}{dt} \left( \int_{VC} B^s \rho dV \right) + \int_{SC} B^s \rho (\mathbf{v}_r \cdot \mathbf{n}) dA \quad (3)$$

Em que  $\mathbf{v}_r = \mathbf{v} - \mathbf{v}_s$ .

Um caso particular deste teorema acontece quando o volume de controlo não se desloca e, portanto,  $\mathbf{v}_s=0$ , e o fluido só cruza a superfície de controlo em zonas em que o escoamento pode ser simplificado e considerado monodimensional. Assim,

$$\frac{d}{dt}(B) = \frac{d}{dt} \left( \int_{VC} B^s \rho dV \right) + \sum (B_i^s \rho_i v_i A_i)_{out} - \sum (B_i^s \rho_i v_i A_i)_{in} \quad (4)$$

Aplicando esta equação simplificada do teorema de transporte de Reynolds, quer na conservação da massa, quer na conservação da energia, vamos obter a base do modelo termodinâmico dentro da câmara de um cilindro.

Começando pela lei da conservação da massa, assumindo  $B = m$ ,  $B^s = dm/dm=1$  e que as propriedades termodinâmicas do ar são uniformes no volume de controlo, ter-se-á

$$\frac{d}{dt}(\rho V) + \rho_{out} v_{out} A_{out} - \rho_{in} v_{in} A_{in} = 0 \quad (5)$$

Quanto à conservação de energia, a primeira lei da termodinâmica permite dizer que,

$$\dot{Q} - \dot{W} = \dot{E} \quad (6)$$

Desprezando os termos de energia cinética específica, de energia potencial gravítica e todas as outras formas de energia (como, nucleares, electrostáticas, etc...) pode-se escrever:

$$E^s = U^s \quad (7)$$

Desta forma, considerando sempre que as propriedades do fluido são uniformes e que  $B = E$  e  $B^s = dE/dm = E^s$ :

$$\frac{d}{dt}(U^s \rho V) + U_{\text{out}}^s \rho_{\text{out}} v_{\text{out}} A_{\text{out}} - U_{\text{in}}^s \rho_{\text{in}} v_{\text{in}} A_{\text{in}} = \dot{Q} - \dot{W} \quad (8)$$

Considerando que  $\dot{W}$  pode ser decomposto em  $\dot{W}_m = F\dot{x}$ , correspondente ao trabalho mecânico do elemento móvel, e  $\dot{W}_p = P_{\text{out}} v_{\text{out}} A_{\text{out}} - P_{\text{in}} v_{\text{in}} A_{\text{in}}$ , correspondente ao trabalho das forças de pressão, temos que:

$$\frac{d}{dt}(U^s \rho V) + \left( U_{\text{out}}^s + \frac{P_{\text{out}}}{\rho_{\text{out}}} \right) \rho_{\text{out}} v_{\text{out}} A_{\text{out}} - \left( U_{\text{in}}^s + \frac{P_{\text{in}}}{\rho_{\text{in}}} \right) \rho_{\text{in}} v_{\text{in}} A_{\text{in}} = \dot{Q} - PA\dot{x} \quad (9)$$

Assumindo que o fluido utilizado – o ar – é um gás perfeito ( $PV = mRT$ ) e que

$$P = F/A \quad (10)$$

ter-se-á:

$$\frac{FV}{A} = mRT \quad (11)$$

Derivando em ordem ao tempo a equação (11) obtém-se:

$$\frac{dF}{dt} = -\frac{F}{V} \frac{dV}{dt} + \frac{RA}{V} T(\dot{m}_{\text{in}} - \dot{m}_{\text{out}}) + \frac{F}{T} \frac{dT}{dt} \quad (12)$$

Por fim, combinando as equações (9), (10) e (12) é possível, após algumas manipulações algébricas, chegar ao modelo da força pneumática na câmara de um cilindro:

$$\frac{dF}{dt} = -\gamma \frac{FA}{V} \frac{dx}{dt} + \gamma \frac{RA}{V} \dot{m}_{in} T_{in} - \gamma \frac{RA}{V} \dot{m}_{out} T + \frac{(\gamma - 1)A}{V} \dot{Q} \quad (13)$$

Fazendo agora algumas simplificações, entre as quais, desprezar o efeito da radiação e considerar que o coeficiente de transferência de calor não depende da velocidade do pistão, temos:

$$\dot{Q} = \lambda A_q(x)(T_{Amb} - T) \quad (14)$$

$$\text{em que: } \lambda(P, T) = \lambda_0 \left( \frac{PT}{P_0 T_0} \right)^{1/2} \quad (\text{modelo de Eichelberg simplificado [6]})$$

Desprezando a variação da pressão e da temperatura em torno dos seus valores de equilíbrio no cálculo de  $\lambda$  ( $\lambda(P, T) \approx \lambda(P_0, T_0) = \lambda_0$ ) e assumindo que a área de transferência de calor não varia com  $x$  e pode ser aproximada por um valor médio,  $\bar{A}_q$ , correspondente à posição central do pistão, pode-se obter o fluxo de transferência de calor médio como:

$$\bar{\dot{Q}} = k_0 (T_{amb} - T) \quad (15)$$

em que  $k_0$  (condutância térmica média) é definida por:

$$k_0 = \lambda_0 \bar{A}_q \quad (16)$$

Em conclusão, e assumindo também no presente modelo, que a transferência de calor por mistura do ar que entra na câmara não se aplica, o modelo da força pneumática numa câmara do actuador pode ser escrito como:

$$\frac{dF}{dt} = -\gamma \frac{FA}{V} \frac{dx}{dt} + \gamma \frac{RA}{V} T(\dot{m}_{in} - \dot{m}_{out}) + \frac{(\gamma - 1)A}{V} k_0 (T_{amb} - T) \quad (17)$$

em que será considerado que o processo termodinâmico no interior das câmaras é politrópico e segue a seguinte relação:

$$T = T_0 \left( \frac{F}{F_0} \right)^{\frac{n-1}{n}} \quad (18)$$

## 2.2 Modelo de caudal

Os caudais  $\dot{m}_A$  e  $\dot{m}_B$  são obtidos pela diferença entre um caudal que entra numa câmara ( $\dot{m}_{A1}$  e  $\dot{m}_{B1}$ ) e um caudal que sai da mesma câmara ( $\dot{m}_{A2}$  e  $\dot{m}_{B2}$ ). A caracterização experimental de uma restrição numa válvula pneumática é habitualmente realizada com a norma ISO 6358 [7]. Quando aplicada a uma restrição  $i$ , a lei de escoamento da norma ISO 6358 é dada por:

$$\dot{m}_i = C_i(u) P_{ui} \rho_0 \sqrt{\frac{293.15}{T_{ui}}} Y_1 \quad (19)$$

com

$$Y_1 = \begin{cases} 1 & \text{se } P_{di} / P_{ui} \leq r_i(u) \\ \sqrt{1 - \left( \frac{P_{di} / P_{ui} - r_i}{1 - r_i} \right)^2} & \text{se } P_{di} / P_{ui} > r_i(u) \end{cases}$$

em que  $C_i$  é a condutância sónica da restrição e  $r_i$  é a sua razão de pressões crítica. Aplicando este modelo às restrições das duas servoválvulas, e omitindo na notação a dependência de  $C_i$  e de  $r_i$  com  $u$ , obtém-se:

Orifício A

$$\dot{m}_A = \dot{m}_{A1} - \dot{m}_{A2} \quad (20)$$

com

$$\dot{m}_{A1} = C_{A1} P_s \rho_0 \sqrt{\frac{293.15}{T_s}} \begin{cases} 1 & \text{se } P_A / P_s \leq r_{A1} \\ \sqrt{1 - \left( \frac{P_A / P_s - r_{A1}}{1 - r_{A1}} \right)^2} & \text{se } P_A / P_s > r_{A1} \end{cases} \quad (21)$$

e

$$\dot{m}_{A2} = C_{A2} P_A \rho_0 \sqrt{\frac{293.15}{T_A}} \begin{cases} 1 & \text{se } P_{\text{atm}} / P_A \leq r_{A2} \\ \sqrt{1 - \left( \frac{P_{\text{atm}} / P_A - r_{A2}}{1 - r_{A2}} \right)^2} & \text{se } P_{\text{atm}} / P_A > r_{A2} \end{cases} \quad (22)$$

Orifício B

$$\dot{m}_B = \dot{m}_{B1} - \dot{m}_{B2} \quad (23)$$

com

$$\dot{m}_{B1} = C_{B1} P_s \rho_0 \sqrt{\frac{293.15}{T_s}} \begin{cases} 1 & \text{se } P_B / P_s \leq r_{B1} \\ \sqrt{1 - \left( \frac{P_B / P_s - r_{B1}}{1 - r_{B1}} \right)^2} & \text{se } P_B / P_s > r_{B1} \end{cases} \quad (24)$$

e

$$\dot{m}_{B2} = C_{B2} P_B \rho_0 \sqrt{\frac{293.15}{T_B}} \begin{cases} 1 & \text{se } P_{\text{atm}} / P_B \leq r_{B2} \\ \sqrt{1 - \left( \frac{P_{\text{atm}} / P_B - r_{B2}}{1 - r_{B2}} \right)^2} & \text{se } P_{\text{atm}} / P_B > r_{B2} \end{cases} \quad (25)$$

### 2.3 Modelo Mecânico

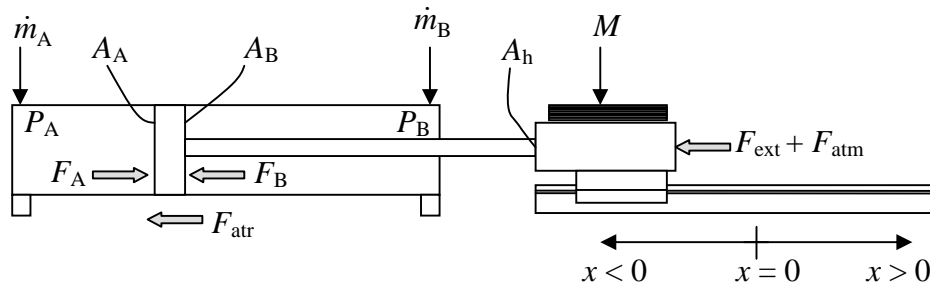


Fig.8 – Modelo Mecânico (retirado de [5])

Para a definição do comportamento mecânico podemos indicar que:

$$M \ddot{x} = \sum F_i \quad (26)$$

Na Fig.8 podemos ver que existem forças a actuar sobre a massa móvel M, entre elas:  $F_A$  e  $F_B$ , correspondentes às forças de pressão existentes nas câmaras do cilindro;  $F_{atm} = P_{atm} A_h$ , correspondente à força atmosférica;  $F_{ext}$ , que representam forças exteriores que existam e;  $F_{atr} = k_a \dot{x}$ , correspondente às forças de atrito viscoso. Pode-se, então, escrever:

$$\frac{d^2 x}{dt^2} = \frac{F_A - F_B - P_{atm} A_h - k_a \dot{x} - F_{ext}}{M} \quad (27)$$

## 2.4 Modelo Não-linear do Sistema

Tendo em conta os pontos anteriores, poderá ser obtido um modelo de base, não linear e de 4ª ordem, para o sistema que é definido pelas seguintes equações:

$$\frac{dF_A}{dt} = -\gamma \frac{F_A A_A}{V_A} \frac{dx}{dt} + \gamma \frac{R A_A}{V_A} T_A \dot{m}_A + \frac{(\gamma - 1) A_A}{V_A} k_0 (T_{amb} - T_A) \quad (28)$$

$$\frac{dF_B}{dt} = -\gamma \frac{F_B A_B}{V_B} \frac{dx}{dt} + \gamma \frac{R A_B}{V_B} T_B \dot{m}_B + \frac{(\gamma - 1) A_B}{V_B} k_0 (T_{amb} - T_B) \quad (29)$$

$$T_A = T_{A0} \left( F_A / F_{A0} \right)^{\frac{n-1}{n}} \quad (30)$$

$$T_B = T_{B0} \left( F_B / F_{B0} \right)^{\frac{n-1}{n}} \quad (31)$$

$$\frac{d^2 x}{dt^2} = \frac{F_A - F_B - P_{atm} A_h - k_a \dot{x} - F_{ext}}{M} \quad (32)$$

$$\frac{dx}{dt} = \dot{x} \quad (33)$$

$$\dot{m}_A = C_{A1} P_s \rho_0 \sqrt{\frac{293.15}{T_s}} \sqrt{1 - \left( \frac{P_A / P_s - r_{A1}}{1 - r_{A1}} \right)^2} - C_{A2} P_A \rho_0 \sqrt{\frac{293.15}{T_A}} \quad (34)$$

$$\dot{m}_B = C_{B1} P_s \rho_0 \sqrt{\frac{293.15}{T_s}} \sqrt{1 - \left( \frac{P_B / P_s - r_{B1}}{1 - r_{B1}} \right)^2} - C_{B2} P_B \rho_0 \sqrt{\frac{293.15}{T_B}} \quad (35)$$

Nas equações (34) e (35) considerou-se, como é habitual, que os escoamentos de entrada nas câmaras ocorrem em regime subsónico e que os de saída ocorrem em regime sónico.

## 2.5 Modelo Linearizado de 4ª ordem

O modelo do sistema pneumático definido na secção anterior é um modelo não linear de 4ª ordem, cujas variáveis de estado são a força em cada câmara, a velocidade e a posição do pistão.

Então, definindo o sistema na forma compacta

$$\dot{\mathbf{x}} = f(\mathbf{x}, \mathbf{u}) \quad (36)$$

resulta como a equação do sistema:

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \ddot{x} \\ \dot{F}_A \\ \dot{F}_B \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \left. \frac{\partial \dot{x}}{\partial x} \right|_0 & \left. \frac{\partial \dot{x}}{\partial \dot{x}} \right|_0 & \left. \frac{\partial \dot{x}}{\partial F_A} \right|_0 & \left. \frac{\partial \dot{x}}{\partial F_B} \right|_0 \\ \left. \frac{\partial \ddot{x}}{\partial x} \right|_0 & \left. \frac{\partial \ddot{x}}{\partial \dot{x}} \right|_0 & \left. \frac{\partial \ddot{x}}{\partial F_A} \right|_0 & \left. \frac{\partial \ddot{x}}{\partial F_B} \right|_0 \\ \left. \frac{\partial \dot{F}_A}{\partial x} \right|_0 & \left. \frac{\partial \dot{F}_A}{\partial \dot{x}} \right|_0 & \left. \frac{\partial \dot{F}_A}{\partial F_A} \right|_0 & \left. \frac{\partial \dot{F}_A}{\partial F_B} \right|_0 \\ \left. \frac{\partial \dot{F}_B}{\partial x} \right|_0 & \left. \frac{\partial \dot{F}_B}{\partial \dot{x}} \right|_0 & \left. \frac{\partial \dot{F}_B}{\partial F_A} \right|_0 & \left. \frac{\partial \dot{F}_B}{\partial F_B} \right|_0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta x \\ \delta \dot{x} \\ \delta F_A \\ \delta F_B \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \left. \frac{\partial \dot{x}}{\partial u} \right|_0 \\ \left. \frac{\partial \ddot{x}}{\partial u} \right|_0 \\ \left. \frac{\partial \dot{F}_A}{\partial u} \right|_0 \\ \left. \frac{\partial \dot{F}_B}{\partial u} \right|_0 \end{bmatrix} \delta u + \begin{bmatrix} \left. \frac{\partial \dot{x}}{\partial F_{\text{ext}}} \right|_0 \\ \left. \frac{\partial \ddot{x}}{\partial F_{\text{ext}}} \right|_0 \\ \left. \frac{\partial \dot{F}_A}{\partial F_{\text{ext}}} \right|_0 \\ \left. \frac{\partial \dot{F}_B}{\partial F_{\text{ext}}} \right|_0 \end{bmatrix} \delta F_{\text{ext}} \quad (37)$$

Todas as derivadas são calculadas na situação de equilíbrio, ou seja, quando o sistema está em repouso, verificando-se os valores mostrados na tabela 4.

Tabela 4 – Valores do sistema no ponto de equilíbrio

Variável	$x(\text{m})$	$\dot{x}(\text{m/s})$	$P_{A,B}(\text{bar})$	$T_{A,B}(\text{K})$	$u(\text{V})$	Áreas das câmaras ( $\text{m}^2$ )	Força Pneumática (N)
Valor	$x_0 = 0$	$\dot{x}_0 = 0$	$P_{A0} = 4.526$ $P_{B0} = 5.101$	$T_{A0} = 293.15$ $T_{B0} = 293.15$	$u_0 = 4.765$	$A_A = 8.04 \times 10^{-4}$ $A_B = 6.91 \times 10^{-4}$	$F_{A0} = 356.9$ $F_{B0} = 345.6$

### 2.5.1 Cálculo dos coeficientes do modelo linearizado

Estando definidas as condições de equilíbrio, apresenta-se de seguida o cálculo dos coeficientes do modelo linearizado do sistema.

#### Expressões genéricas

Derivadas parciais de  $\boxed{\frac{dx}{dt} = \dot{x}}$

Uma vez que neste modelo  $x$  e  $\dot{x}$  são variáveis de fase, é possível escrever para as derivadas parciais da velocidade que:

$$\left. \frac{\partial \dot{x}}{\partial \dot{x}} \right|_0 = 1 \quad (38)$$

$$\left. \frac{\partial \dot{x}}{\partial x} \right|_0 = \left. \frac{\partial \dot{x}}{\partial F_A} \right|_0 = \left. \frac{\partial \dot{x}}{\partial F_B} \right|_0 = \left. \frac{\partial \dot{x}}{\partial u} \right|_0 = \left. \frac{\partial \dot{x}}{\partial F_{\text{ext}}} \right|_0 = 0 \quad (39)$$

Derivadas parciais de  $\boxed{\frac{d^2x}{dt^2} = \frac{F_A - F_B - P_{\text{atm}}A_h - k_a\dot{x} - F_{\text{ext}}}{M}}$

$$\left. \frac{\partial \ddot{x}}{\partial x} \right|_0 = 0 \quad (40)$$

$$\left. \frac{\partial \ddot{x}}{\partial \dot{x}} \right|_0 = -\frac{k_a}{M} \quad (41)$$

$$\left. \frac{\partial \ddot{x}}{\partial F_A} \right|_0 = \frac{1}{M} \quad (42)$$

$$\left. \frac{\partial \ddot{x}}{\partial F_B} \right|_0 = -\frac{1}{M} \quad (43)$$

$$\left. \frac{\partial \ddot{x}}{\partial u} \right|_0 = 0 \quad (44)$$

$$\left. \frac{\partial \ddot{x}}{\partial F_{\text{ext}}} \right|_0 = -\frac{1}{M} \quad (45)$$



$$\text{Derivadas parciais de } \boxed{\frac{dF_A}{dt} = -\gamma \frac{F_A A_A}{V_A} \frac{dx}{dt} + \gamma \frac{RA_A}{V_A} T_A \dot{m}_A + \frac{(\gamma-1)A_A}{V_A} k_0 (T_{\text{amb}} - T_A)}$$

$$\left. \frac{\partial \dot{F}_A}{\partial x} \right|_0 = 0 \quad (46)$$

$$\left. \frac{\partial \dot{F}_A}{\partial \dot{x}} \right|_0 = -\frac{\gamma F_{A0} A_A}{V_{A0}} = \Phi_A \quad (47)$$

$$\left. \frac{\partial \dot{F}_A}{\partial F_A} \right|_0 = \left( \frac{\gamma R T_A A_A}{V_A} \frac{G_{PA}}{A} \right) \Big|_0 - \left( \frac{(\gamma-1) A_A k_0}{V_A} \frac{\partial T_A}{\partial F_A} \right) \Big|_0 \quad (48)$$

Na equação (48)  $G_{PA} = \partial \dot{m}_A / \partial P_A = \partial (\dot{m}_{A1} - \dot{m}_{A2}) / \partial P_A$  é o coeficiente caudal/pressão do orifício A da válvula, e a derivada da temperatura relativamente à força pode ser obtida a partir da equação (18):

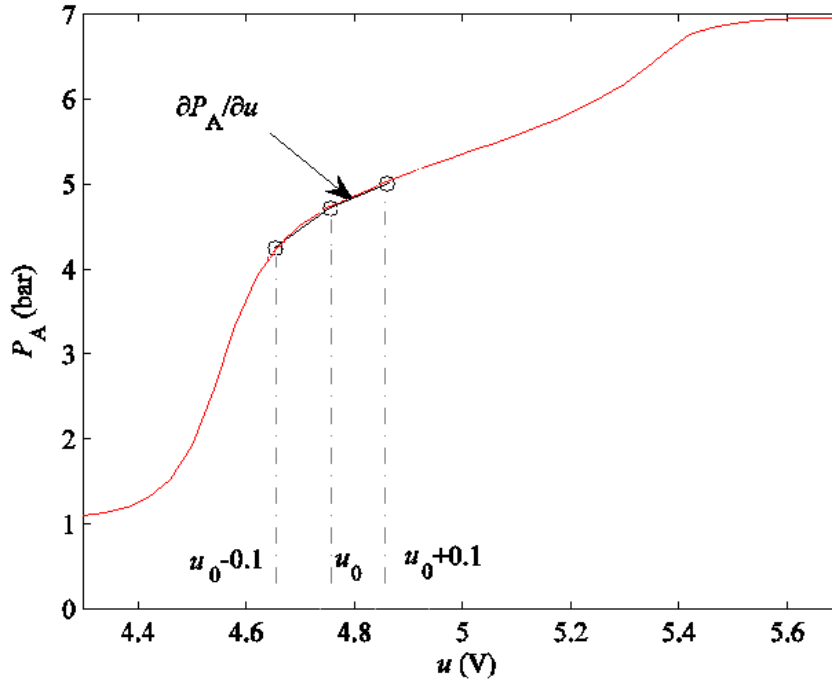
$$\frac{\partial T_A}{\partial F_A} = \frac{T_{A0}}{F_{A0}^{\frac{n-1}{n}}} \frac{n-1}{n} F_A^{-\frac{1}{n}} \Rightarrow \left. \frac{\partial T_A}{\partial F_A} \right|_0 = \frac{n-1}{n} \frac{T_{A0}}{F_{A0}} \quad (49)$$

O coeficiente de caudal/pressão pode ser calculado recorrendo à relação entre as derivadas parciais de uma superfície regular:

$$\frac{\partial \dot{m}_A}{\partial P_A} = - \frac{\partial \dot{m}_A}{\partial u} \Big/ \frac{\partial P_A}{\partial u} \quad (50)$$

O ganho de pressão  $\partial P_A / \partial u$  pode ser determinado através da curva de ganho de pressão experimental. Este ganho foi calculado utilizando uma aproximação por diferenças finitas centradas, tal como exemplificado na Fig.9:

$$\left. \frac{\partial P_A}{\partial u} \right|_0 \approx (P_A|_{u_0+0.1} - P_A|_{u_0-0.1}) / 0.2 \quad (51)$$


 Fig.9 – Cálculo de  $\partial P_A / \partial u$  para efeitos de linearização do modelo

A determinação de  $\frac{\partial \dot{m}_A}{\partial u}$  será apresentada adiante.

$$\left. \frac{\partial \dot{F}_A}{\partial F_B} \right|_0 = 0 \quad (52)$$

$$\left. \frac{\partial \dot{F}_A}{\partial u} \right|_0 = \left( \frac{\gamma R A_A T_A}{V_A} \right) \left. G_{uA} \right|_0 \quad (53)$$

Na equação (53) o ganho de caudal da válvula que alimenta a câmara A,  $G_{uA}$  é dado por  $G_{uA} = \partial \dot{m}_A / \partial u = \partial (\dot{m}_{A1} - \dot{m}_{A2}) / \partial u$ . Para a determinação deste termo é necessário calcular  $\partial \dot{m}_1 / \partial u$  e  $\partial \dot{m}_2 / \partial u$ , o que pode ser efectuado derivando as expressões (21) e (22) dos caudais que passam em cada restrição da servoválvula em ordem à acção de controlo  $u$ :

$$\begin{aligned} \frac{\partial \dot{m}_{A1}}{\partial u} = & P_s \rho_0 \sqrt{\frac{293.15}{T_s}} \frac{\partial C_{A1}}{\partial u} \sqrt{1 - \left( \frac{P_A / P_s - r_{A1}}{1 - r_{A1}} \right)^2} + \\ & + \frac{C_{A1}}{2} P_s \rho_0 \sqrt{\frac{293.15}{T_s}} \left( 1 - \left( \frac{P_A / P_s - r_{A1}}{1 - r_{A1}} \right)^2 \right)^{-0.5} \frac{\partial}{\partial u} \left( 1 - \left( \frac{P_A / P_s - r_{A1}}{1 - r_{A1}} \right)^2 \right) \end{aligned} \quad (54)$$

sendo

$$\frac{\partial}{\partial u} \left( 1 - \left( \frac{P_A / P_S - r_{A1}}{1 - r_{A1}} \right)^2 \right) = 2 \frac{\partial r_{A1}}{\partial u} \left( \left( \frac{P_A / P_S - r_{A1}}{(1 - r_{A1})^2} \right) - \left( \frac{(P_A / P_S - r_{A1})^2}{(1 - r_{A1})^3} \right) \right) \quad (55)$$

$$\frac{\partial \dot{m}_{A2}}{\partial u} = \frac{\partial \left( C_{A2} P_A \rho_0 \sqrt{\frac{293.15}{T_A}} \right)}{\partial u} = \frac{\partial C_{A2}}{\partial u} P_A \rho_0 \sqrt{\frac{293.15}{T_A}} \quad (56)$$

A determinação dos coeficientes  $\partial C_{A1}/\partial u$ ,  $\partial C_{A2}/\partial u$  e  $\partial r_{A1}/\partial u$  é efectuada experimentalmente. Em [5] foram encontrados os seguintes valores para a válvula utilizada:

$$\frac{\partial C_{A1}}{\partial u} = 1.9302 * 10^{-9} ; \frac{\partial C_{A2}}{\partial u} = -5.387 * 10^{-9} ; \frac{\partial r_{A1}}{\partial u} = 0.1293$$

podendo-se admitir que esta é simétrica.

$$\left. \frac{\partial \dot{F}_A}{\partial F_{\text{ext}}} \right|_0 = 0 \quad (57)$$

$$\text{Derivadas parciais de } \boxed{\frac{dF_B}{dt} = \gamma \frac{F_B A_B}{V_B} \frac{dx}{dt} + \gamma \frac{R A_B}{V_B} T_B \dot{m}_B + \frac{(\gamma - 1) A_B}{V_B} k_0 (T_{\text{amb}} - T_B)}$$

$$\left. \frac{\partial \dot{F}_B}{\partial x} \right|_0 = 0 \quad (58)$$

$$\left. \frac{\partial \dot{F}_B}{\partial \dot{x}} \right|_0 = \frac{\gamma F_{B0} A_B}{V_{B0}} = \Phi_B \quad (59)$$

$$\left. \frac{\partial \dot{F}_B}{\partial F_A} \right|_0 = 0 \quad (60)$$

$$\left. \frac{\partial \dot{F}_B}{\partial F_B} \right|_0 = \left( \frac{\gamma R A_B T_B}{V_B} \frac{G_{PB}}{A} \right) \bigg|_0 - \left( \frac{(\gamma - 1) A_B k_0}{V_B} \frac{\partial T_B}{\partial F_B} \right) \bigg|_0 \quad (61)$$

Nesta expressão, o coeficiente caudal/pressão da câmara B,  $G_{PB}$ , é dado por  $G_{PB} = \partial \dot{m}_B / \partial P_B = \partial (\dot{m}_{B1} - \dot{m}_{B2}) / \partial P_B$  e o termo  $\partial T_B / \partial F_B$  pode ser encontrado derivando a equação (18) em ordem a  $F_B$ :

$$\frac{\partial T_B}{\partial F_B} = \frac{T_{B0}}{F_{B0}^{\frac{n-1}{n}}} \frac{n-1}{n} F_B^{-\frac{1}{n}} \Rightarrow \left. \frac{\partial T_B}{\partial F_B} \right|_0 = \frac{n-1}{n} \frac{T_{B0}}{F_{B0}} \quad (62)$$

O procedimento utilizado na determinação do ganho de caudal/pressão da câmara B é semelhante ao utilizado na câmara A.

$$\left. \frac{\partial \dot{F}_B}{\partial u} \right|_0 = \left. \frac{\partial \dot{F}_B}{\partial F_{\text{ext}}} \right|_0 = 0 \quad (63)$$

$$\left. \frac{\partial \dot{F}_B}{\partial u} \right|_0 = \left( \frac{\gamma R A_B T_B}{V_B} \right) \left. G_{uB} \right|_0 \quad (64)$$

Na equação acima, o ganho de caudal da válvula que alimenta a câmara B,  $G_{uB}$  é dado por:

$$G_{uB} = \frac{\partial \dot{m}_B}{\partial u} = \frac{\partial (\dot{m}_{B1} - \dot{m}_{B2})}{\partial u} \quad (65)$$

De novo, para a determinação deste termo é necessário calcular  $\frac{\partial \dot{m}_{B1}}{\partial u}$  e  $\frac{\partial \dot{m}_{B2}}{\partial u}$  :

$$\begin{aligned} \frac{\partial \dot{m}_{B1}}{\partial u} = & P_S \rho_0 \sqrt{\frac{293.15}{T_S}} \frac{\partial C_{B1}}{\partial u} \sqrt{1 - \left( \frac{P_B / P_S - r_{B1}}{1 - r_{B1}} \right)^2} + \\ & + \frac{C_{B1}}{2} P_S \rho_0 \sqrt{\frac{293.15}{T_S}} \left( 1 - \left( \frac{P_B / P_S - r_{B1}}{1 - r_{B1}} \right)^2 \right)^{-0.5} \frac{\partial}{\partial u} \left( 1 - \left( \frac{P_B / P_S - r_{B1}}{1 - r_{B1}} \right)^2 \right) \end{aligned} \quad (66)$$

sendo

$$\frac{\partial}{\partial u} \left( 1 - \left( \frac{P_B / P_S - r_{B1}}{1 - r_{B1}} \right)^2 \right) = 2 \frac{\partial r_{B1}}{\partial u} \left( \left( \frac{P_B / P_S - r_{B1}}{(1 - r_{B1})^2} \right) - \left( \frac{(P_B / P_S - r_{B1})^2}{(1 - r_{B1})^3} \right) \right) \quad (67)$$

$$\frac{\partial \dot{m}_{B2}}{\partial u} = \frac{\partial C_{B2}}{\partial u} P_B \rho_0 \sqrt{\frac{293.15}{T_B}} \quad (68)$$

Como as condições de equilíbrio em posição e velocidade são nulas,  $\delta x = x$  e  $\delta \dot{x} = \dot{x}$ .

Do mesmo modo, como  $F_{\text{ext}}|_0 = 0$ ,  $\delta F_{\text{ext}} = F_{\text{ext}}$ , o modelo linearizado de 4ª ordem pode ser escrito como:

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \ddot{x} \\ \dot{F}_A \\ \dot{F}_B \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{k_a}{M} & \frac{1}{M} & -\frac{1}{M} \\ 0 & \Phi_A & -\frac{1}{\tau_A} & 0 \\ 0 & \Phi_B & 0 & -\frac{1}{\tau_B} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ \dot{x} \\ \delta F_A \\ \delta F_B \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \left( \frac{\gamma R A_A T_{A0}}{V_{A0}} \right) G_{uA}|_0 \\ - \left( \frac{\gamma R A_B T_{B0}}{V_{B0}} \right) G_{uB}|_0 \end{bmatrix} \delta u - \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ M \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} F_{\text{ext}} \quad (69)$$

Neste modelo linearizado, as constantes de tempo da força de cada câmara são dadas por:

$$\tau_A = - \frac{1}{\left. \frac{\partial \dot{F}_A}{\partial F_A} \right|_0} = - \frac{1}{\left( \frac{\gamma R A_A T_A}{V_A} \frac{G_{PA}}{A} \right) \Big|_0 - \frac{(\gamma-1) A_A k_0}{V_{A0}} \frac{(n-1) T_{A0}}{n F_{A0}}} \quad (70)$$

$$\tau_B = - \frac{1}{\left. \frac{\partial \dot{F}_B}{\partial F_B} \right|_0} = - \frac{1}{\left( \frac{\gamma R A_B T_B}{V_B} \frac{G_{PB}}{A} \right) \Big|_0 - \frac{(\gamma-1) A_B k_0}{V_{B0}} \frac{(n-1) T_{B0}}{n F_{B0}}} \quad (71)$$

## 2.6 Modelo linearizado de 3ª ordem

Definindo a força pneumática resultante como:

$$F_r = F_A - F_B - F_{\text{atm}} \quad (72)$$

A sua derivada em ordem ao tempo será dada por:

$$\dot{F}_r = \dot{F}_A - \dot{F}_B \quad (73)$$

Assim, e substituindo  $\dot{F}_A$  e  $\dot{F}_B$  pelas equações correspondentes do modo linearizado (69), vem:

$$\dot{F}_r = \left[ (\Phi_A - \Phi_B) \dot{x} - \frac{1}{\tau_A} \delta F_A + \frac{1}{\tau_B} \delta F_B + \left( \frac{\gamma R A_A T_{A0}}{V_{A0}} G_{uA}|_0 + \frac{\gamma R A_B T_{B0}}{V_{B0}} G_{uB}|_0 \right) \delta u \right] \quad (74)$$

Considere-se agora que as constantes de tempo das forças das câmaras podem ser aproximadas por uma constante de tempo média  $\tau_m \approx \tau_A \approx \tau_B$ . Esta aproximação só é

estritamente permitida quando  $\tau_A = \tau_B$ , o que apenas acontece num único ponto de funcionamento.

É usual a utilização, neste caso, da média harmónica (proposta por Kellal [8]).

$$\frac{1}{\tau_m} = \frac{1}{2} \left( \frac{1}{\tau_A} + \frac{1}{\tau_B} \right) \quad (75)$$

Substituindo  $\tau_m = \tau_A = \tau_B$ ,

$$\dot{F}_r = \left[ (\Phi_A - \Phi_B) \dot{x} - \frac{1}{\tau_m} (\delta F_A - \delta F_B) + \left( \frac{\gamma R A_A T_{A0}}{V_{A0}} G_{uA}|_0 + \frac{\gamma R A_B T_{B0}}{V_{B0}} G_{uB}|_0 \right) \delta u_A \right] \quad (76)$$

Sendo  $(\delta F_A - \delta F_B) = \delta F_r$ , vem

$$\dot{F}_r = \left[ (\Phi_A - \Phi_B) \dot{x} - \frac{1}{\tau_m} \delta F_r + \left( \frac{\gamma R A_A T_{A0}}{V_{A0}} G_{uA}|_0 + \frac{\gamma R A_B T_{B0}}{V_{B0}} G_{uB}|_0 \right) \delta u_A \right] \quad (77)$$

O sistema pode, assim, ser descrito pelo seguinte modelo linearizado de 3ª ordem:

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \ddot{x} \\ \dot{F}_r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & -\frac{k_a}{M} & \frac{1}{M} \\ 0 & (\Phi_A - \Phi_B) & -\frac{1}{\tau_m} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ \dot{x} \\ \delta F_r \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \left( \frac{\gamma R A_A T_{A0}}{V_{A0}} G_{uA}|_0 + \frac{\gamma R A_B T_{B0}}{V_{B0}} G_{uB}|_0 \right) \end{bmatrix} \delta u \quad (78)$$

e

$$y = x = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ \dot{x} \\ \delta F_r \end{bmatrix}$$

Este modelo pode também ser representado pelo diagrama de blocos da Fig.10

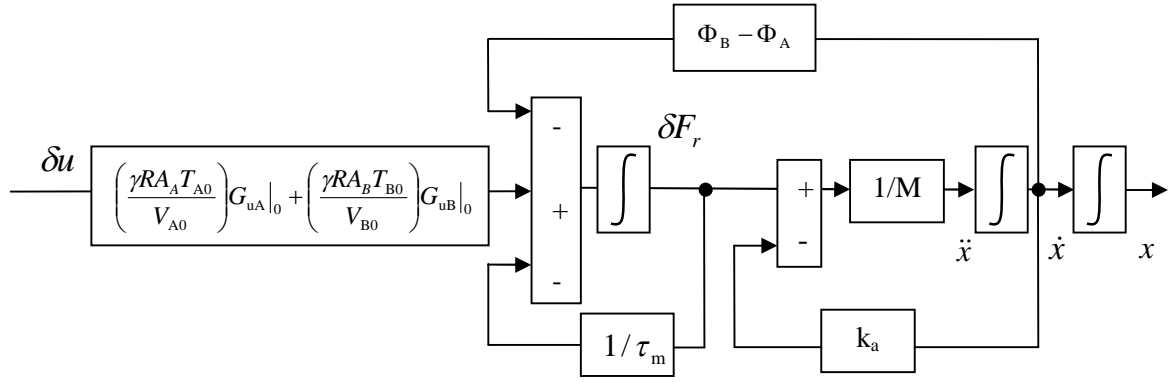


Fig.10 – Diagrama de blocos correspondente ao sistema linearizado de 3ª ordem

Aplicando transformadas de Laplace, é possível obter-se a função de transferência do sistema:

$$\frac{X(s)}{U(s)} = \frac{-\left(\frac{\gamma R_A T_{A0}}{V_{A0}}\right) G_{uA}|_0 + \left(\frac{\gamma R_B T_{B0}}{V_{B0}}\right) G_{uB}|_0}{s(s^2 + \left(\frac{1}{\tau_m} + \frac{k_a}{M}\right)s + \left(\frac{k_a}{\tau_m M} + \Phi_B - \Phi_A\right))} \quad (79)$$

Esta função de transferência que é do tipo

$$\frac{X(s)}{U(s)} = \frac{k_{lin} \omega_n^2}{s(s^2 + 2\xi \omega_n s + \omega_n^2)} \quad (80)$$

foi experimentalmente identificada em [5], tendo sido a partir dos valores encontrados, representados na tabela 5, que se calcularam os coeficientes das matrizes do sistema linearizado representado em espaços de estados.

Tabela 5 – Parâmetros do modelo de 3ª ordem identificado em [5]

		Média da identificação
$M=2.69 \text{ kg}$	$\omega_n \text{ (rad/s)}$	39.20
	$\xi$	0.39
	$k_{lin} \text{ (m/V)}$	0.72
$M=13.1 \text{ kg}$	$\omega_n \text{ (rad/s)}$	16.97
	$\xi$	0.52
	$k_{lin} \text{ (m/V)}$	0.80

Este procedimento justifica-se visto que, sendo o sistema o mesmo, é possível igualar a função transferência identificada em [5] e a do modelo linearizado representado na Fig.10.

Assim, utilizando também o valor de  $k_a$  também identificado em [5], e calculados  $\Phi_A$  e  $\Phi_B$  as equações seguintes permitem determinar todos os termos das matrizes A e B do modelo (78).

$$\omega_n^2 = -\frac{\Phi_A}{M} + \frac{\Phi_B}{M} + \frac{k_a}{\tau_m M} \quad (81)$$

$$2\xi\omega_n = \frac{1}{\tau_m} + \frac{k_a}{M} \quad (82)$$

$$k_{in}\omega_n^2 = \frac{\gamma R_A T_{A0}}{MV_{A0}} G_{uA}|_0 + \frac{\gamma R_B T_{B0}}{MV_{B0}} G_{uB}|_0 \quad (83)$$

Com

- $k_a = 57.81 Nm^{-1}s$
- $\Phi_A = -2498.3 Nm^{-1}$
- $\Phi_B = 2419.7 Nm^{-1}$



# CAPÍTULO 3

## *Projecto dos Controladores*

### *3.1 Controlador Proporcional*

Este tipo de controlador é o mais simples com que se pode controlar um sistema. A acção de controlo é obtida aplicando, um ganho proporcional ( $k_p$ ) ao erro entre a referência e a posição lida.

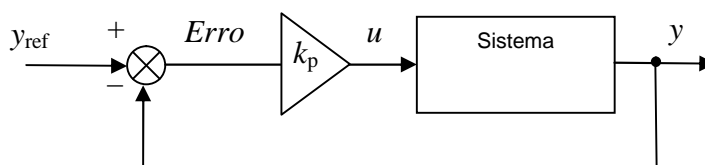


Fig.11 – Controlador proporcional

Para valor referência do ganho deste controlador foi inicialmente usado o valor calculado em [5], através do método de Ziegler - Nichols [9], que é de  $20 \text{ Vm}^{-1}$ .

Deste controlador não são esperados resultados aceitáveis. Foi utilizado não só para dar alguma experiência ao autor sobre a instalação, mas também para serem feitas algumas experiências e retirados alguns valores, nomeadamente o offset que a válvula terá que ter para força pneumática nula. Estes resultados, assim como a experimentação de outros ganhos, serão mostrados no capítulo seguinte aquando da implementação dos controladores.

### *3.2 Controlador por retorno de estado (RE)*

Estes controladores são mais evoluídos mas, também, mais complexos que o anterior. Isto porque utilizam todas as variáveis de estado, o que implica uma maior quantidade de instrumentação como, por exemplo, transdutores de pressão.

Teoricamente, estes controladores permitem obter erro nulo em regime permanente a referências constantes, quando se verificam algumas condições, apontadas em [9], como o sistema ser do tipo 1, saída igual à primeira variável de estado e forças exteriores nulas.

Na prática, apesar de estas condições estarem garantidas, espera-se um erro estacionário, devido essencialmente a perturbações devidas ao atrito estático.

### 3.2.1 Controlador por retorno de estado sem acção integral

O projecto deste controlador, foi feito a partir do modelo linearizado de 3ª ordem descrito no ponto 2.6, e que pode ser representado em espaço de estados pelo seguinte diagrama de blocos:

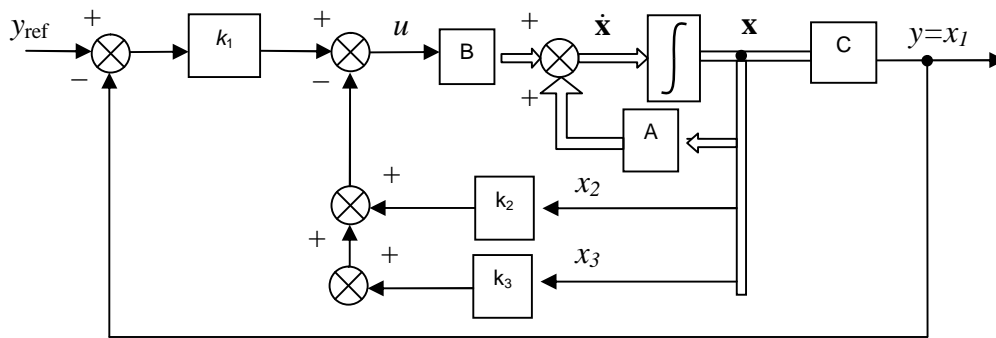


Fig.12 – Controlador RE sem acção integral

Neste diagrama,

- $y_{ref}$  – Representa a referência de posição pretendida
- $\mathbf{x}$  – Vector de estado  $[x, \dot{x}, F_r]^T$
- $\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{Ax} + \mathbf{Bu}$
- $\mathbf{y} = \mathbf{Cx}$
- $u = -\mathbf{Kx} + k_1 y_{ref}$  - Acção de controlo
- $[k_1 \ k_2 \ k_3] = \mathbf{K}$  - Ganhos do controlador

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & -21.4907 & 0.37175 \\ 0 & -4967.023 & -9.08529 \end{bmatrix}$$

$$\bullet \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 2976.16 \end{bmatrix}$$

$$\bullet \quad \mathbf{C} = [1 \quad 0 \quad 0]$$

É de referir que estas matrizes foram calculadas com base na massa mínima ( $M_{\min}=2,69 \text{ Kg}$ ), assim como todos os cálculos efectuados em todo o trabalho, a menos de referência em contrário. Os ganhos  $\mathbf{K}$  são calculados de forma a impor a resposta do sistema em malha fechada por colocação de pólos, determinados pela equação característica  $|s\mathbf{I} - \mathbf{A} + \mathbf{BK}| = 0$ . Neste caso, estes foram calculados através das rotinas ‘*besself*’ e ‘*place*’ do Matlab, em que com ‘ $[z,p,k] = \text{besself}(n, \omega_{RE})$ ’, definindo  $n=3$  (ordem do sistema) e  $\omega_{RE}=60 \text{ rad/s}$  (frequência característica do filtro de Bessel), são computados os pólos desejados ( $p$ ). De seguida, com ‘ $\mathbf{K} = \text{place}(\mathbf{A}, \mathbf{B}, p)$ ’, os ganhos  $\mathbf{K}$  são definidos, sendo, como já referido, para a massa mínima.

Tabela 6 – Valores dos ganhos  $\mathbf{K}$  para  $M_{\min}$ 

Ganhos	Valores
$k_1$	$195.231 \text{ Vm}^{-1}$
$k_2$	$5.58030 \text{ Vm}^{-1}\text{s}$
$k_3$	$0.03877 \text{ VN}^{-1}$

Importa fundamentar a utilização de um protótipo de Bessel para a colocação de pólos. Este justifica-se pelo facto de a sua fase variar de forma aproximadamente linear com a frequência, conseguindo-se assim que a resposta do sistema apresente um atraso temporal aproximadamente constante no seguimento de trajectórias. A frequência utilizada inicialmente, de  $60 \text{ rad/s}$ , é idêntica á utilizada em [5], sendo que, na implementação, serão testados outros valores para a mesma.

### 3.2.2 Controlador por retorno de estado com acção integral

Por último foi projectado um controlador RE com acção integral, com *feedforward* [10]. O diagrama de blocos que o define está representado na figura 12.

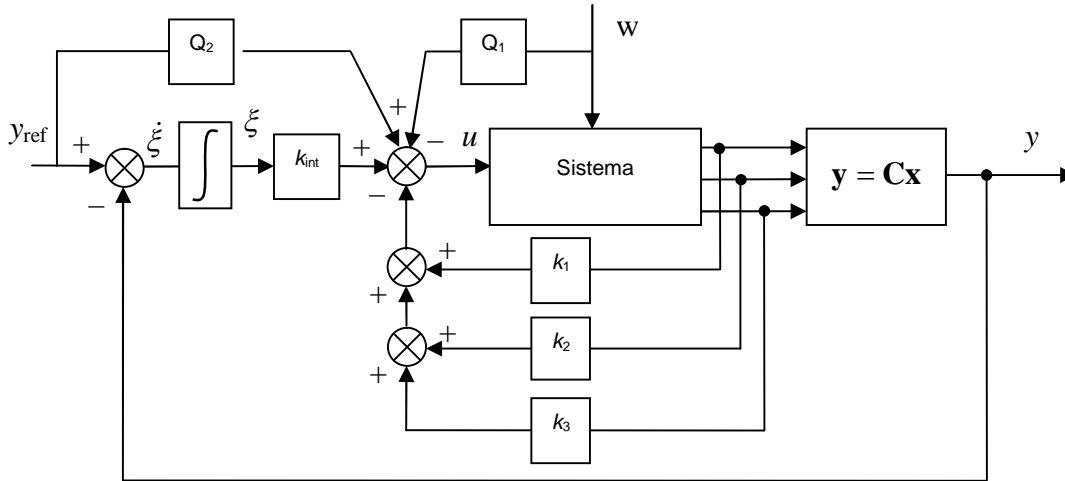


Fig. 13 – Controlador RE com acção integral

Neste diagrama,

- $y_{ref}$  – Representa a referência de posição pretendida
- $\mathbf{x}$  – Vector de estado  $[x, \dot{x}, F_r]^T$
- $$\begin{bmatrix} \dot{\mathbf{x}} \\ \dot{\xi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{A} & \mathbf{0} \\ -\mathbf{C} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{x} \\ \xi \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{B} \\ 0 \end{bmatrix} u + \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ 1 \end{bmatrix} y_{ref}$$
- $\mathbf{y} = \mathbf{C}\mathbf{x}$
- $\dot{\xi} = y_{ref} - y$
- $u = -\mathbf{K}\mathbf{x} + k_{int}\xi + Q_1 w + Q_2 y_{ref}$  - Acção de controlo
- $w$  – Perturbação
- $[k_1 \ k_2 \ k_3] = \mathbf{K}$  - Ganhos de realimentação
- $k_{int}$  - Ganho do integrador
- $Q_1$  – Ganho de feedforward da perturbação
- $Q_2$  – Ganho de feedforward da referência

É de notar que as matrizes  $\mathbf{A}$ ,  $\mathbf{B}$  e  $\mathbf{C}$  são iguais às utilizadas no controlador por retorno de estado sem acção integral.

Os ganhos  $\tilde{\mathbf{K}} = [\mathbf{K} \ k_{int}]$  são calculados, novamente, de forma a impor a resposta do sistema em malha fechada por colocação de pólos, em que a sua equação característica é

$\begin{bmatrix} \mathbf{A} - \mathbf{BK} & \mathbf{B}k_{\text{int}} \\ -\mathbf{C} & 0 \end{bmatrix} = 0$ , seguindo o mesmo processo utilizado em RE sem acção integral, mas com  $n=4$  (ordem do sistema) e  $\omega_{RE} = 40$  rad/s (frequência característica do filtro de Bessel). Utilizando o Matlab chega-se aos valores apresentados na tabela 7.

Tabela 7 – Valores dos ganhos  $\tilde{\mathbf{K}}$  para  $M_{\min}$

Ganhos	Valores
$k_1$	$185.194 \text{ Vm}^{-1}$
$k_2$	$4.31524 \text{ Vm}^{-1}\text{s}$
$k_3$	$0.03171 \text{ VN}^{-1}$
$k_{\text{int}}$	$2314.15 \text{ Vm}^{-1}\text{s}$

Quanto aos ganhos  $\mathbf{Q} = [\mathbf{Q}_1 \mathbf{Q}_2]$ , estes foram calculados por um processo descrito em [10] que define o sistema como

$$\bullet \quad \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{x}} \\ \dot{\xi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{A} & \mathbf{0} \\ -\mathbf{C} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{x} \\ \xi \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{B} \\ 0 \end{bmatrix} u + \begin{bmatrix} \mathbf{E} & \mathbf{0} \\ \mathbf{F} & \mathbf{I} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w \\ y_{\text{ref}} \end{bmatrix} \Leftrightarrow$$

$$\begin{bmatrix} \dot{\mathbf{x}} \\ \dot{\xi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{A} & \mathbf{B} \\ -\mathbf{C} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{x} \\ u \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{E} & \mathbf{0} \\ \mathbf{F} & \mathbf{I} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w \\ y_{\text{ref}} \end{bmatrix}$$

Definindo

$$\bullet \quad \mathbf{G} = \begin{bmatrix} \mathbf{A} & \mathbf{B} \\ -\mathbf{C} & 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{H} = \begin{bmatrix} \mathbf{E} & \mathbf{0} \\ \mathbf{F} & \mathbf{I} \end{bmatrix}$$

$$\bullet \quad \mathbf{u} = -\mathbf{K}\mathbf{x} - [\mathbf{KI}]\mathbf{G}^{-1}\mathbf{H} \begin{bmatrix} w \\ y_{\text{ref}} \end{bmatrix} \quad \text{em que } \mathbf{Q} = [\mathbf{Q}_1 \mathbf{Q}_2] = [\mathbf{KI}]\mathbf{G}^{-1}\mathbf{H}$$

De referir que as perturbações externas ( $w$ ), nomeadamente forças de atrito estático, não são facilmente calculadas, pelo que, neste trabalho, elas não vão ser consideradas. Poderão ser utilizadas em trabalhos futuros, a partir de estimativas, utilizando os modelos empregados em [5]. Assim, as matrizes  $\mathbf{E}$  e  $\mathbf{F}$  também não serão calculadas. Deste modo é possível calcular  $\mathbf{Q}_2$  que é o ganho de feedforward de  $y_{\text{ref}}$ . Este vai ser particularmente importante, já que aquando da implementação deste controlador, vão ser necessárias restrições no ramo do integrador, de maneira a que, em conjunto com as não linearidades da força de atrito estático, estes não provoquem ciclos limite no sistema. Assim é possível calcular  $\mathbf{Q}_2 = k_1 = 185.194$ .



# CAPÍTULO 4

## *Implementação dos controladores*

Em primeiro lugar serão definidos os constituintes base dos controladores. Entre eles encontram-se, as várias referências utilizadas, a geração do offset da acção de controlo da válvula, os blocos quer de entradas de dados para o sistema, quer de saída, e, por fim, os controladores propriamente ditos.

### **4.1 Referências**

Para permitir uma gama alargada de hipóteses, de maneira a excitar o sistema de várias formas, são utilizados 5 tipos principais de referências: entrada em degrau, entrada em rampa, sinais sinusoidais, um gerador de sinais (que pode incluir ondas sinusoidais, ondas quadradas, sinais aleatórios e outros), sempre com frequência e amplitude definidas pelo operador, e um gerador de trajectórias, que suaviza as referências, limitando a sua velocidade e aceleração.

#### **4.1.1 Entrada em degrau**

Tem como objectivo testar o sistema no posicionamento em várias referências constantes. Pode-se apresentar este bloco, e a referência gerada, no Matlab/Simulink como representado na Fig.14.

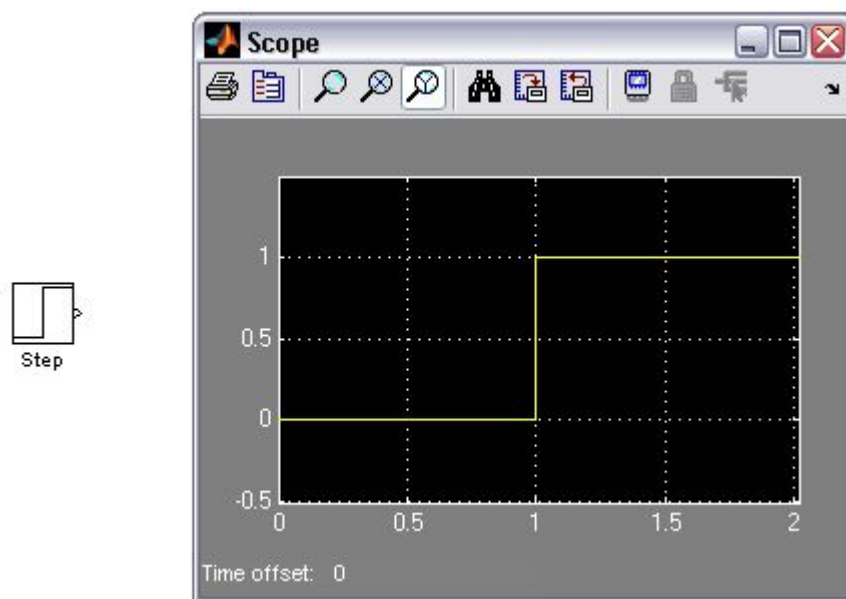


Fig.14 – Entrada em degrau

#### 4.1.2 Entrada em rampa

Esta referência tem como objectivo testar o sistema quando sujeito a uma trajectória de velocidade constante. Assim como na entrada em degrau, podem-se conjugar várias rampas de modo a observar o erro do sistema quando este se desloca quer num sentido, quer no outro. Pode-se mostrar este bloco, e a referência gerada, no Matlab/Simulink como mostrado na Fig.15.

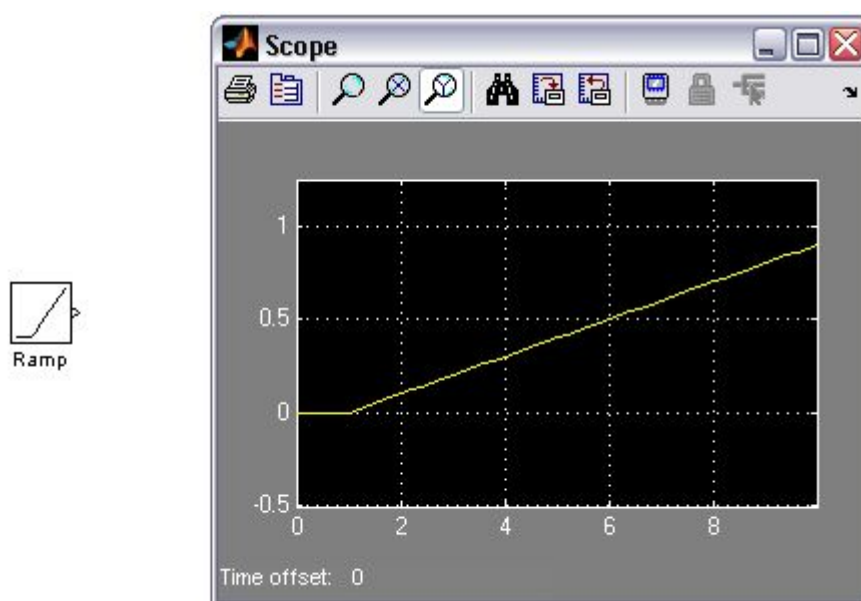


Fig.15 – Entrada em Rampa



### 4.1.3 Sinais Sinusoidais

Tal como a entrada em rampa, esta referência tem como objectivo observar o erro do sistema ao seguir uma trajectória. Pode-se apresentar este bloco, e a referência gerada, no Matlab/Simulink como representado na Fig.16.

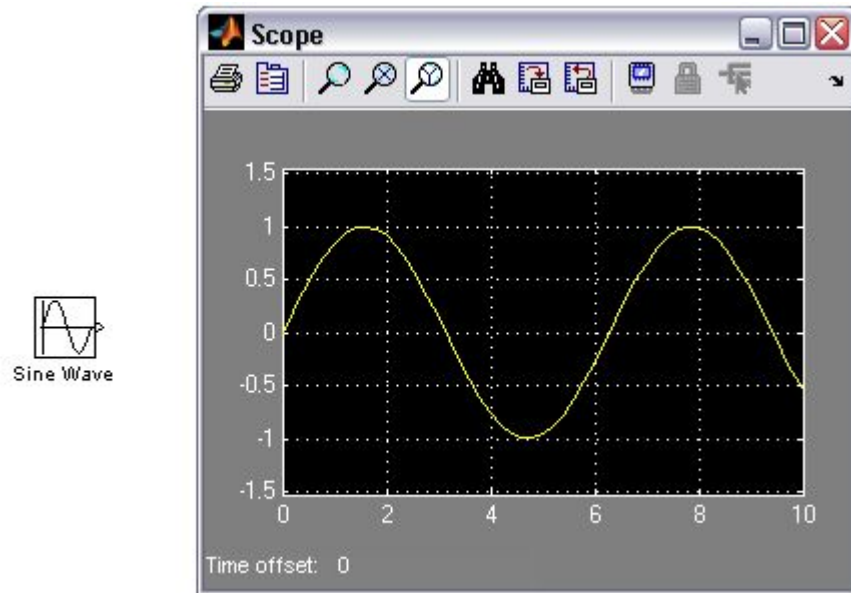


Fig.16 – Sinal Sinusoidal

### 4.1.4 Gerador de Sinais

Ao gerador de sinais do Simulink foram associados outros componentes de modo a permitir variar a amplitude dos sinais ao longo do teste. Assim, foi criado um subsistema dentro de um bloco geral. Este bloco, e a referência gerada, representam-se no Matlab/Simulink como mostrado na Fig.17.

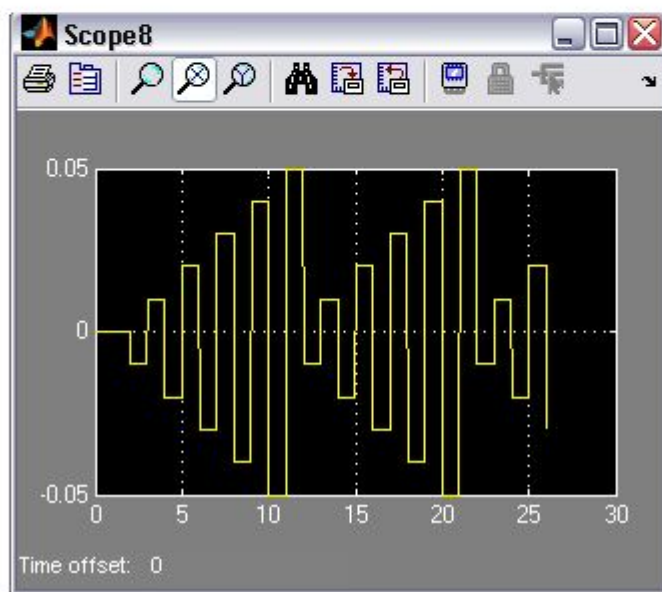
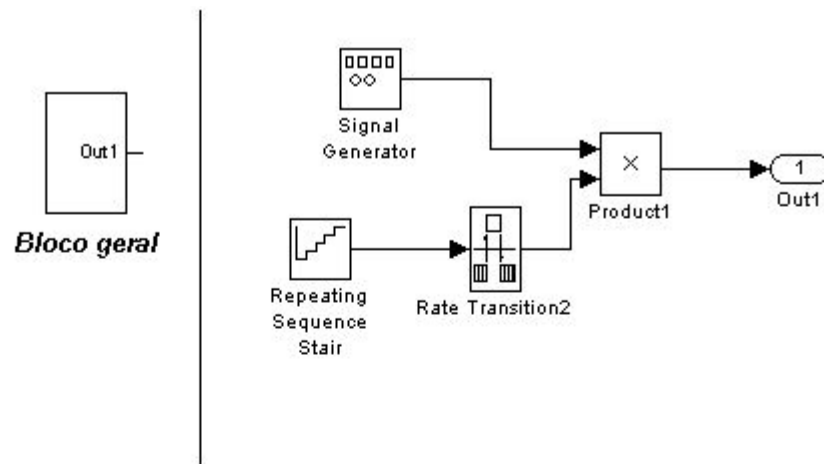


Fig.17 – Onda quadrada variável

#### 4.1.5 Gerador de trajetórias

Com este bloco é possível gerar um sinal de trajetória entre duas posições, limitando quer a velocidade, quer a aceleração pedidas. O seu comportamento pode ser visto na figura seguinte.

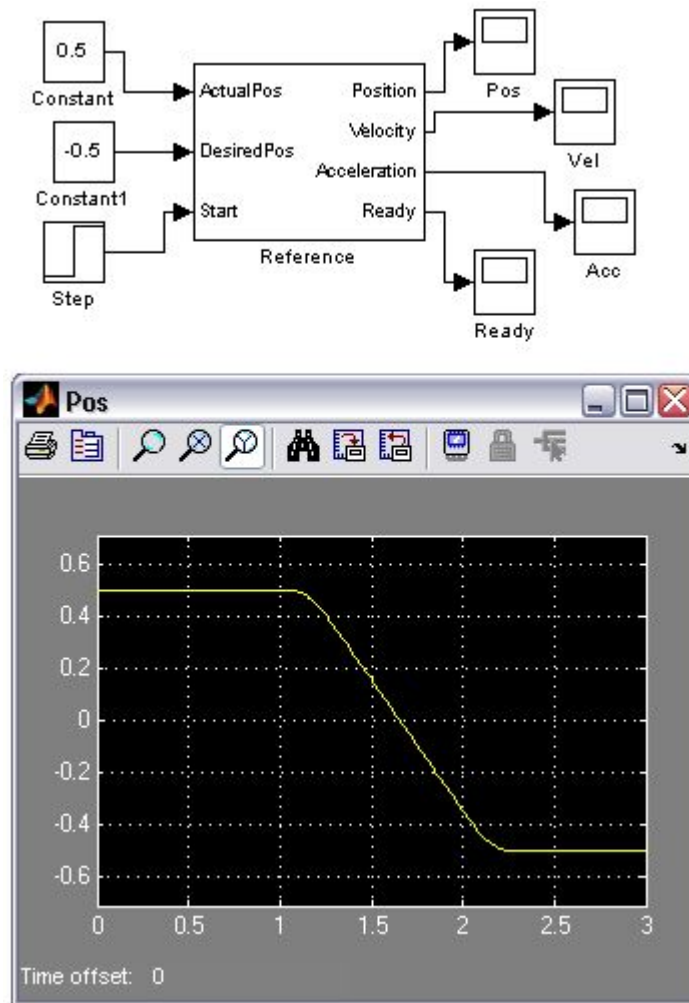


Fig.18 – Degrau com aceleração e desaceleração

## 4.2 Offset da acção de controlo da válvula

A acção de controlo da servoválvula pneumática situa-se entre os 0 e 10 V. Seria de esperar que numa situação de controlo, nomeadamente quando se pretende que o cilindro pare, a acção de controlo a fornecer fosse de 5 V mas, devido ao cilindro ser assimétrico e à existência da pressão atmosférica, existe um offset. É, portanto, necessário calcular o offset de modo à acção de controlo da válvula ser a correcta.

Foram utilizados dois métodos para estimar o offset e, consequentemente, a acção de controlo correspondente a uma força pneumática nula.

O primeiro método utilizado envolve a experimentação de vários valores de tensão a fornecer a válvula, como se pode ver na Fig.19 e, com utilização do encoder, verifica-se a movimentação do cilindro nos dois sentidos. Com este método foram verificados vários valores, sendo os resultados finais os apresentados na tabela 8.

Tabela 8 – Valores de offset manual

Movimento	Valores (V)
Recuo	4.73
Avanço	4.81
Média	4.77

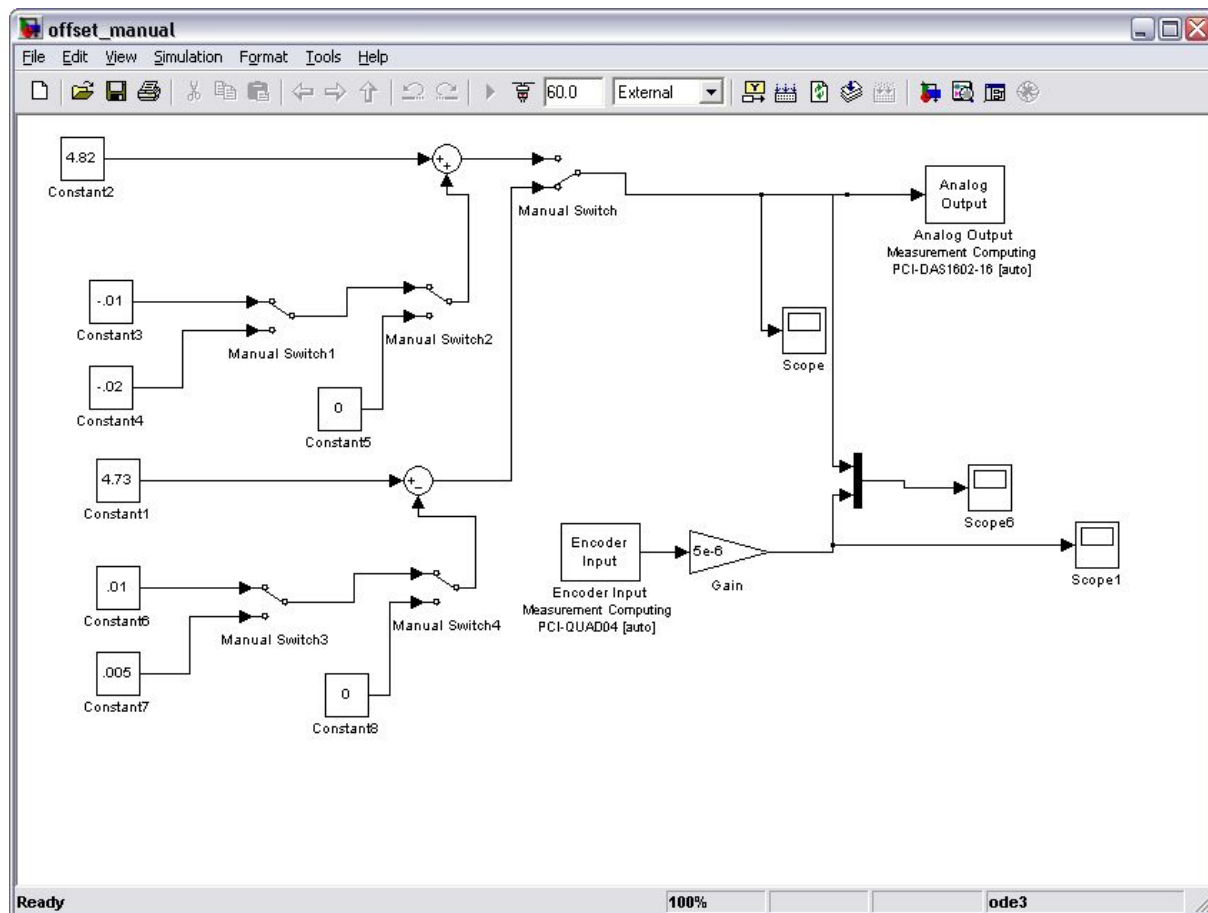


Fig.19 – Offset manual

Em complemento, visto ser possível utilizar também os transdutores de pressão, e para comparar resultados, foi utilizado outro método, cuja implementação é mostrada na Fig.20.

Este consiste em adquirir os sinais vindos dos transdutores de pressão e, através da equação  $F_r = F_A - F_B - F_{atm}$ , impor força pneumática resultante nula.

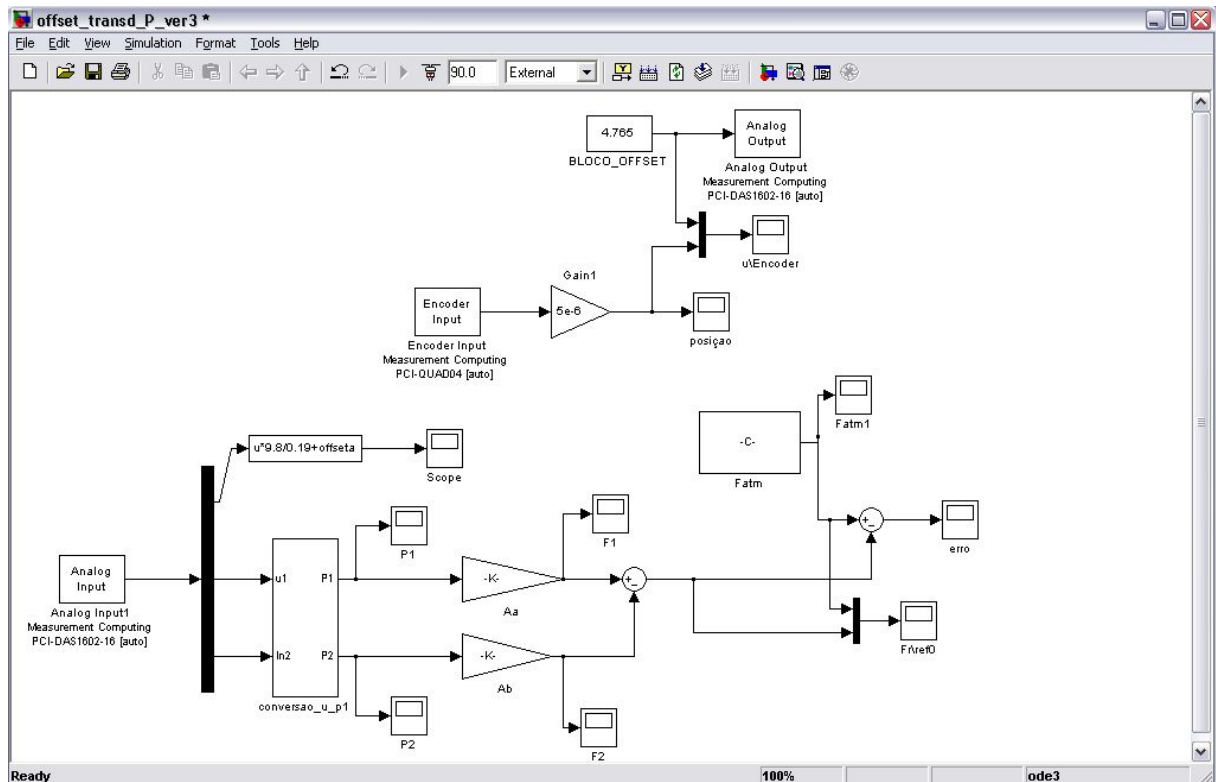


Fig.20 – Offset utilizando transdutores de pressão

No programa da Fig.20 introduz-se no bloco do offset a acção de controlo desejada e, com os gráficos disponíveis, é possível seguir e verificar qual a tensão que impõe ao sistema força resultante nula. Dos vários valores testados, apresentados na Fig.21, foi possível chegar-se a um valor que garante um erro mínimo (Fig.22), devido a acção de forças externas que não são controláveis.

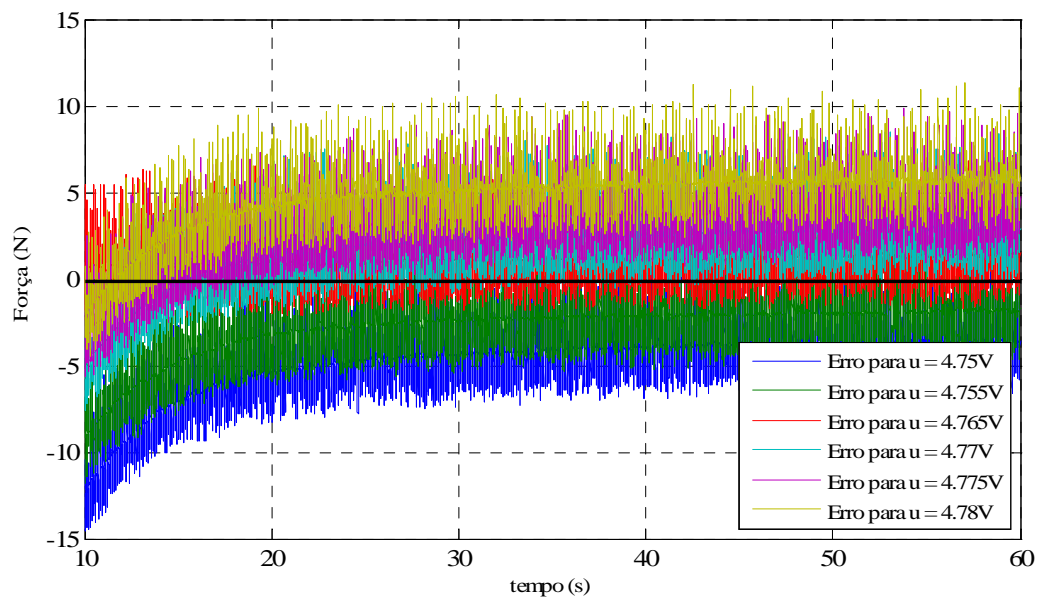


Fig.21 – Erros de offset para vários valores de comando

Como se pode ver pelos resultados apresentados na tabela 9, para uma tensão de 4.765 V temos  $F_R = 0.5$  N, que é um valor muito baixo em comparação com as forças presentes.

Tabela 9 – Valores de offset com transdutores de pressão

Força	Valores (N)
$F_{R_{u=4.765}}$	0.5
$F_1$	357.402
$F_2$	345.674
$F_{atm}$	11.2283

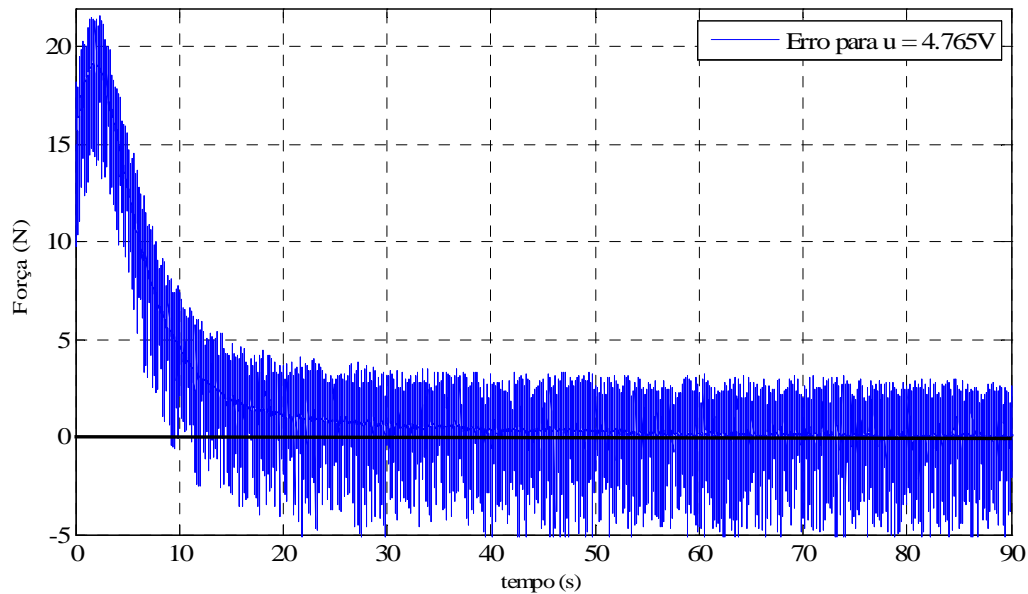


Fig.22 – Erro do offset utilizando transdutores de pressão

Comparando os resultados dos dois métodos é possível afirmar que o valor de offset a utilizar é  $u = 4.765 \text{ V}$ , sendo portanto este o valor empregue em todos os controladores implementados.

### 4.3 Blocos de comunicação

Para a comunicação entre o sistema de controlo e aquisição de dados e o sistema pneumático são, como já referido, utilizadas cartas de aquisição de dados. No software Matlab/Simulink são utilizados blocos de entradas e saídas de sinais, nomeadamente entrada de dados do encoder de posição e dos transdutores de pressão, e saída da acção de controlo para a válvula que, através das cartas electrónicas, são fornecidos ou adquiridos do sistema pneumático. A título de exemplo, são mostrados na figura seguinte os blocos de comunicação.

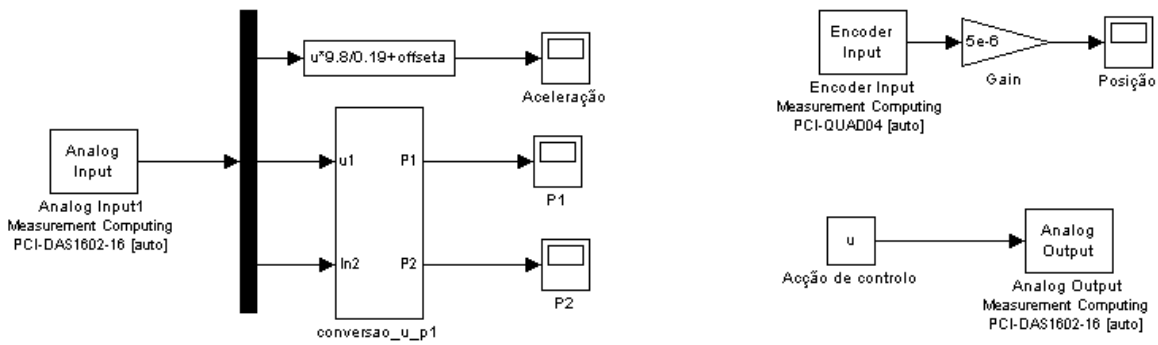


Fig.23 – Entradas e saídas de dados para os controladores

## 4.4 Controladores

### 4.4.1 Controlador Proporcional

Como já foi referido anteriormente, este controlador teve outros objectivos que não o controlo propriamente dito do sistema, já que não são esperados resultados satisfatórios. No entanto, para além de ser usado não só para o autor ganhar alguma experiência com o sistema, como para obtenção do offset de controlo da servoválvula, foram feitos alguns testes com este controlador, com várias referências.

Inicialmente este controlador foi testado com a entrada em degrau (Fig.24), em que foi utilizado um degrau em cada sentido do cilindro, para melhor verificar o erro obtido.

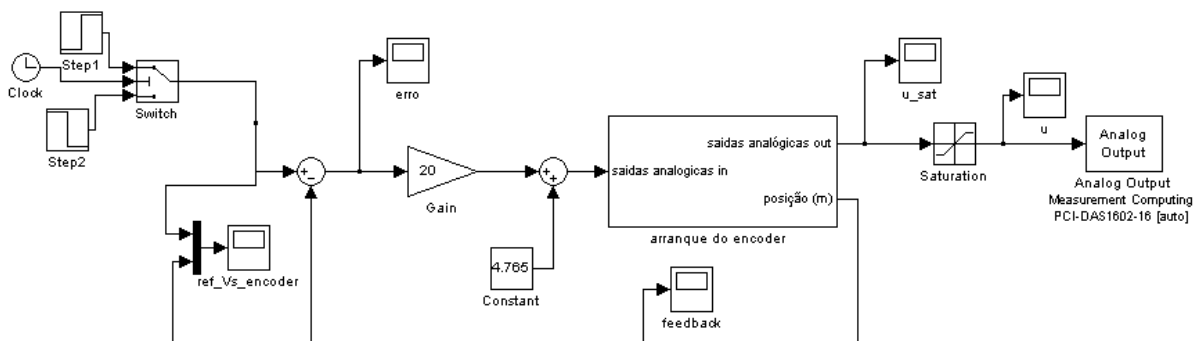


Fig.24 – Controlador proporcional com entrada em degrau



É de notar que o subsistema ‘*arranque do encoder*’, utilizado em [5], é necessário em todos os controladores, já que, sendo o encoder incremental, é preciso movimentar o cilindro de forma ao encoder passar pelo seu “zero”, e passar a fornecer ao sistema valores correctos.

Os resultados obtidos, com um ganho de  $20 \text{ Vm}^{-1}$ , apresentam de erros na ordem dos 3 a 4 mm, como se pode ver nas Fig.25 e Fig.26.

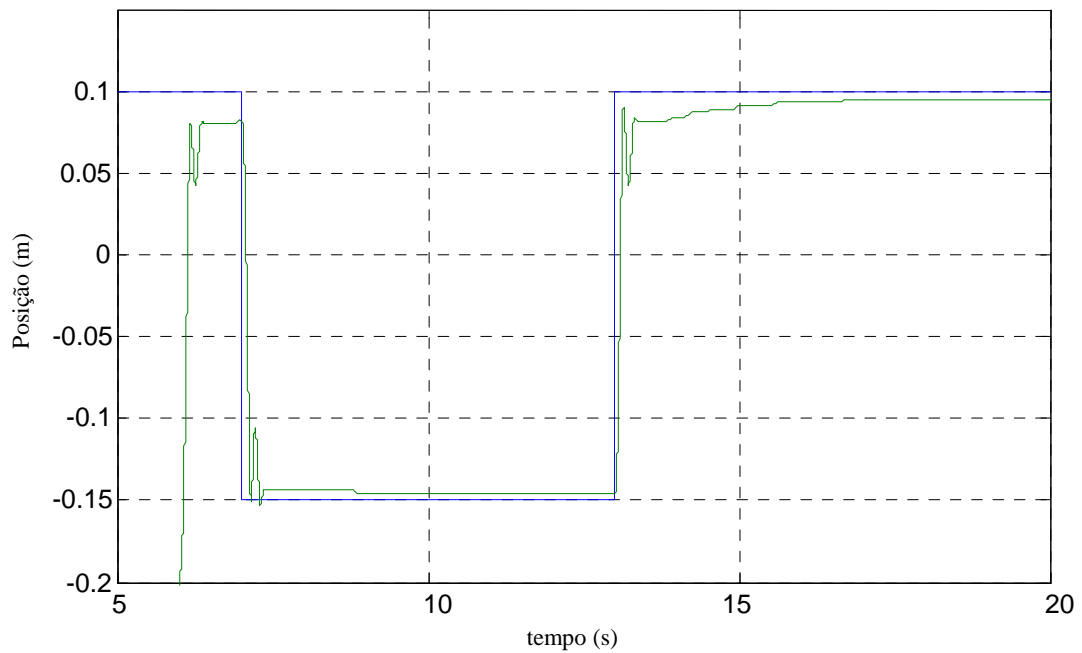


Fig.25 – Referência \_ Vs \_ Encoder (degrau)

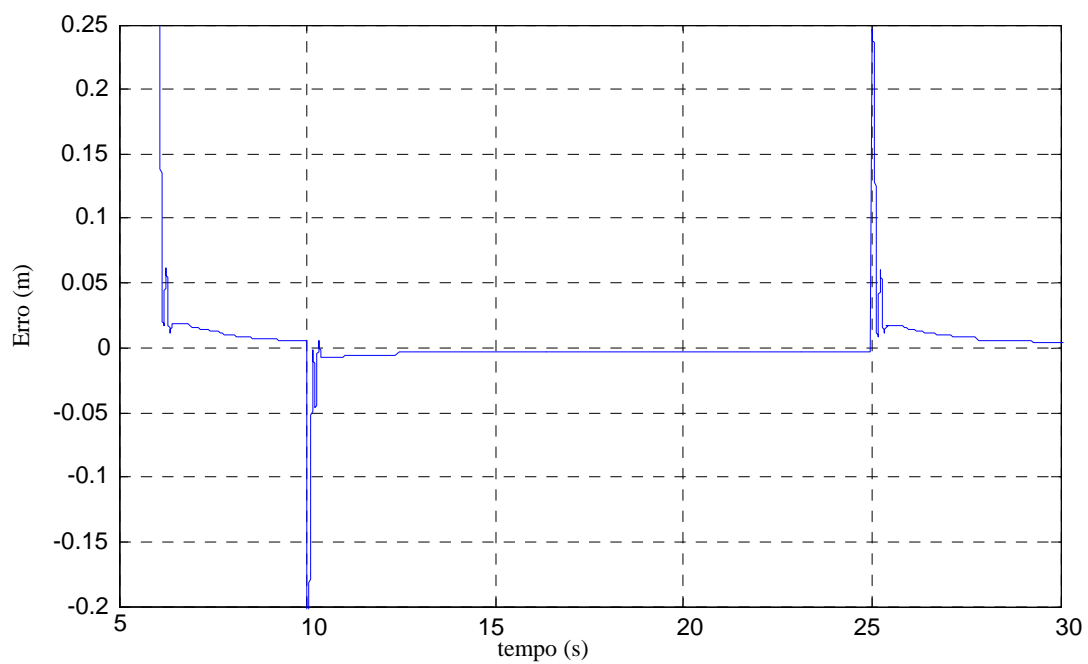


Fig.26 – Erro (degrau)

É também de referir que foram utilizados outros valores de ganhos para o controlador, nomeadamente 15 e 25  $\text{Vm}^{-1}$ , mas estes levaram a piores resultados do que o apresentado.

De seguida foi testada a entrada em rampa. Inicialmente o ensaio incluía duas rampas mas, para verificar que o erro se mantinha na inversão do sentido do cilindro, o sistema foi testado com uma entrada com quatro rampas. São apresentados abaixo o diagrama de blocos e os resultados para entrada em rampa.

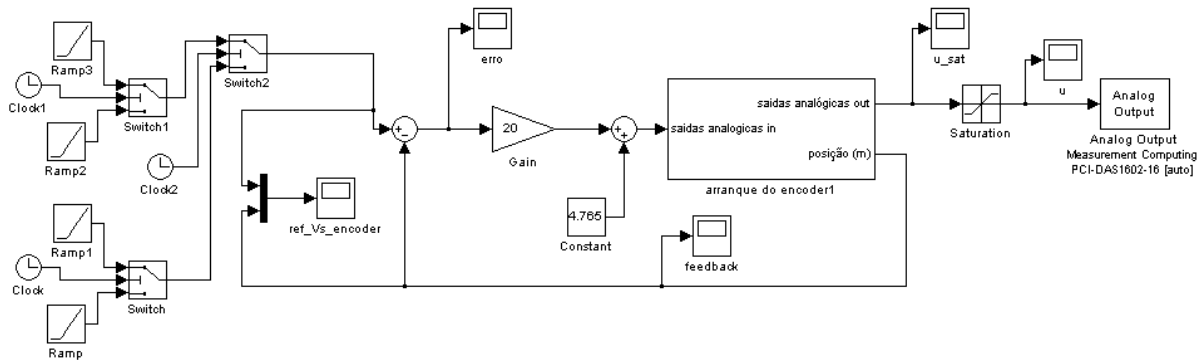


Fig.27 – Controlador proporcional com entrada em rampa

Os resultados obtidos são substancialmente piores que os da entrada em degrau, estando o erro contido entre 8 e 15 mm.

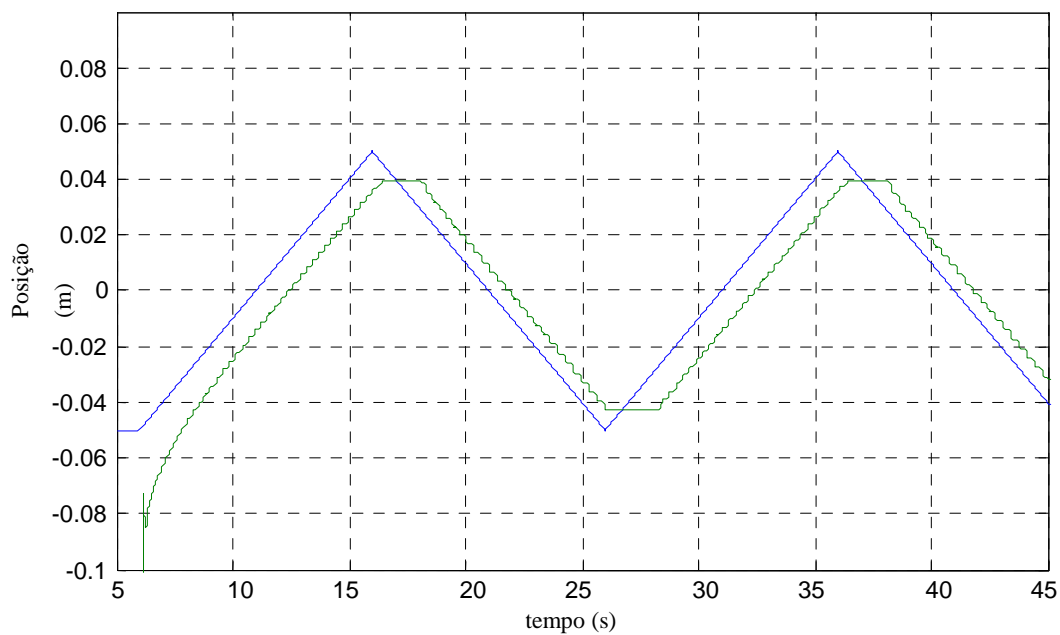


Fig.28 – Referência \_ Vs \_ Encoder (rampa)

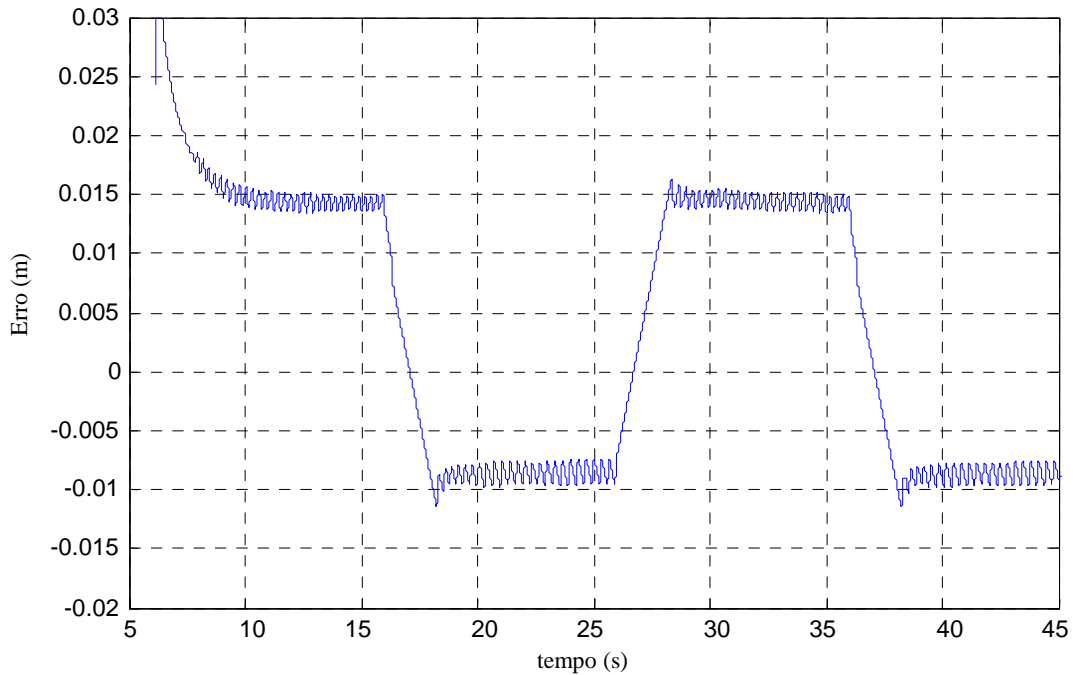


Fig.29 – Erro (rampa)

Foram experimentados outros valores superiores para a inclinação das rampas mas, apesar de as oscilações presentes quando o erro estabiliza serem menores, o erro aumenta.

Por último, o sistema foi testado com uma onda quadrada de amplitude variável, que se pode observar na Fig.17. Nesta, o subsistema definido como “bloco geral” corresponde ao ‘sig\_gen\_var’ da figura seguinte, em que se mostra o controlador com esta referência.

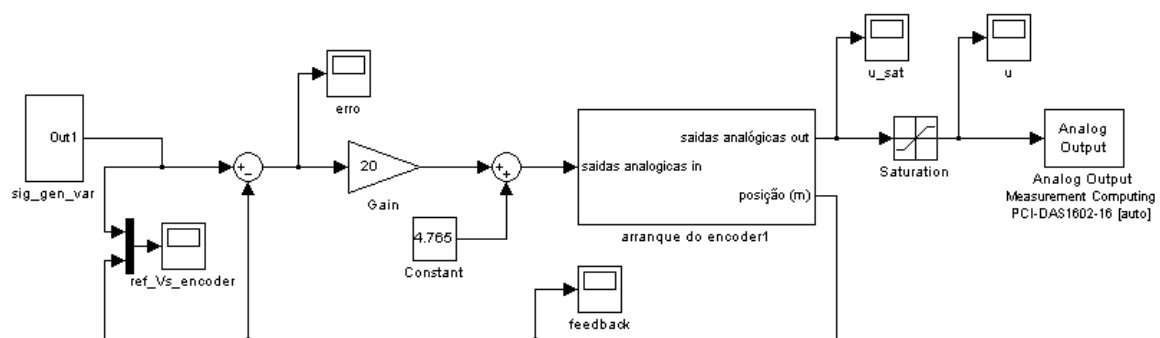


Fig.30 – Controlador proporcional com entrada uma onda quadrada de amplitude variável

Este controlador, assim como o controlador com entrada em rampa, servem para verificar a precisão com que o sistema segue uma trajetória e, como se pode observar pelas figuras seguintes, os resultados não são aceitáveis.

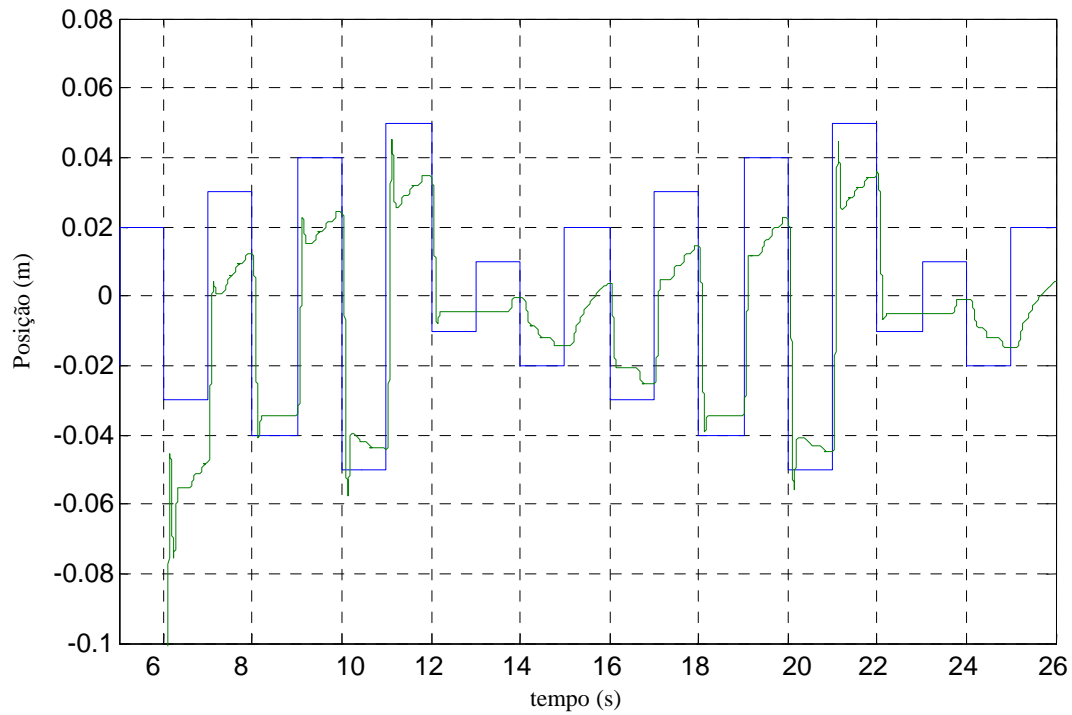


Fig.31 – Referência \_ Vs \_ *Encoder* (onda quadrada variável)

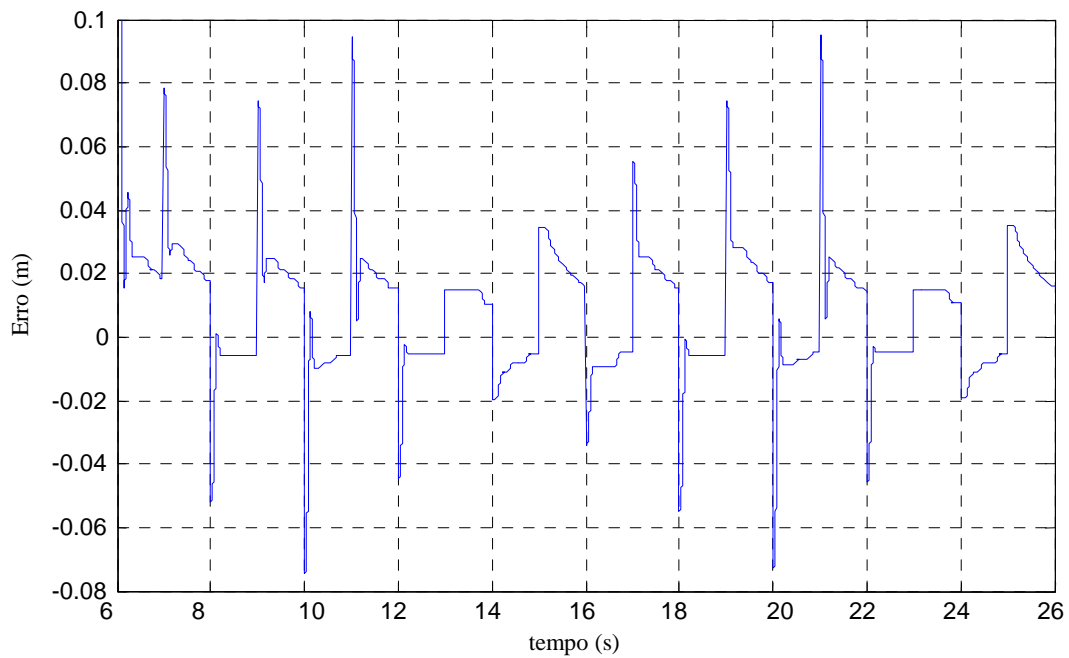


Fig.32 – Erro (onda quadrada variável)

#### 4.4.2 Controlador por Retorno de Estado sem acção integral

Um dos objectivos deste controlador, como foi referido no ponto 1.3, consiste em tentar resolver alguns dos problemas inerentes a um controlador que tenha por base variáveis de estado somente cinemáticas, como o problema do “sticking and restarting phenomena”. Este foi observado em [5] e em [11] com um controlador do mesmo tipo, mas utilizando unicamente variáveis de estado cinemáticas, e que se mostra na figura seguinte.

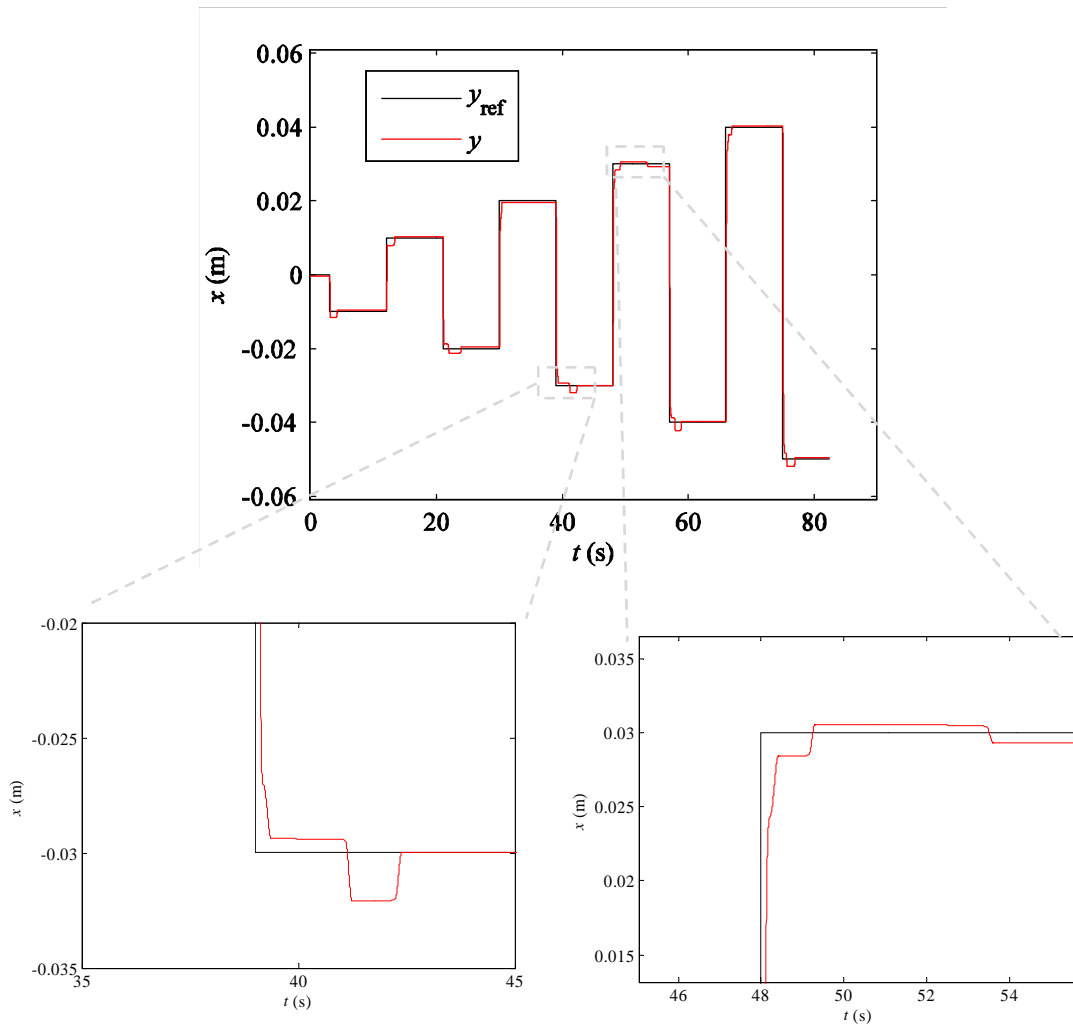


Fig.33 – Resultados de posicionamento do controlador por retorno de estado,  
 $M_{min}$ ,  $\omega_{RE} = 60 \text{ rad/s}$  [5]

Estando o sistema em equilíbrio aparente e, deste modo, com uma acção de controlo constante, o pistão é levado, repentinamente, a sofrer deslocamentos. Estes devem-se às

dinâmicas das pressões nas câmaras do actuador que, dado o atrito existente, não são observáveis pelo controlador.

Este controlador foi projectado em Simulink, como se pode ver na Fig.34, e é constituído por vários blocos que serão descritos detalhadamente.

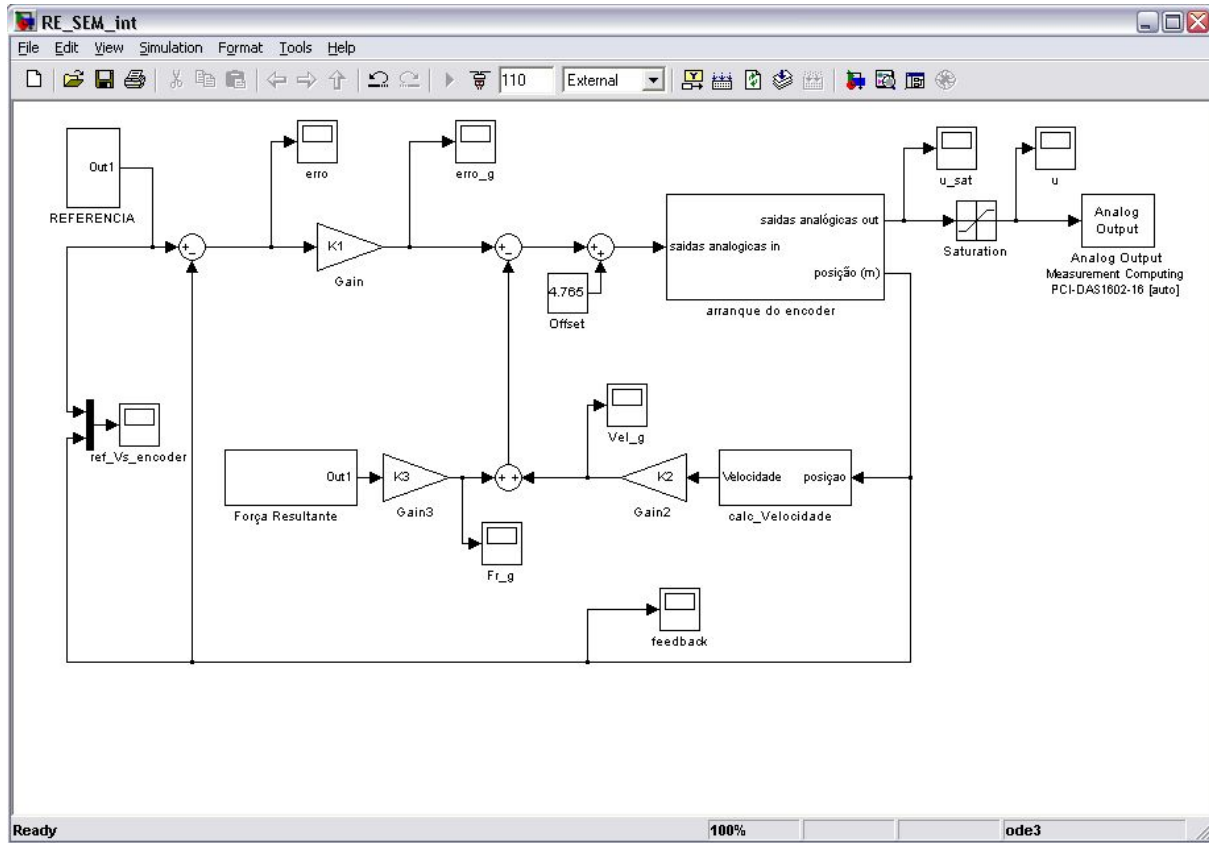


Fig.34 – Controlador RE sem acção integral

Como já foi referido o subsistema ‘*arranque do encoder*’ (Fig.35) é necessário em todos os controladores, de maneira a que o encoder encontre o seu “zero” e passe a fornecer dados correctos ao sistema. Existem, também, outros dois novos subsistemas, o ‘*Força Resultante*’ e ‘*calc \_ Velocidade*’. No primeiro (Fig.36), são adquiridos os sinais dos transdutores de pressão e feitos os cálculos necessários de modo a termos na saída do subsistema a força resultante do actuador que, sendo uma variável de estado, será utilizada pelo controlador. No segundo subsistema, (Fig.37) é calculada a velocidade instantânea do pistão do cilindro, através da medida de posição. Este cálculo é efectuado utilizando as diferenças finitas atrasadas segundo a equação seguinte:

$$\dot{x} \cong \frac{x_K - x_{K-1}}{T}$$

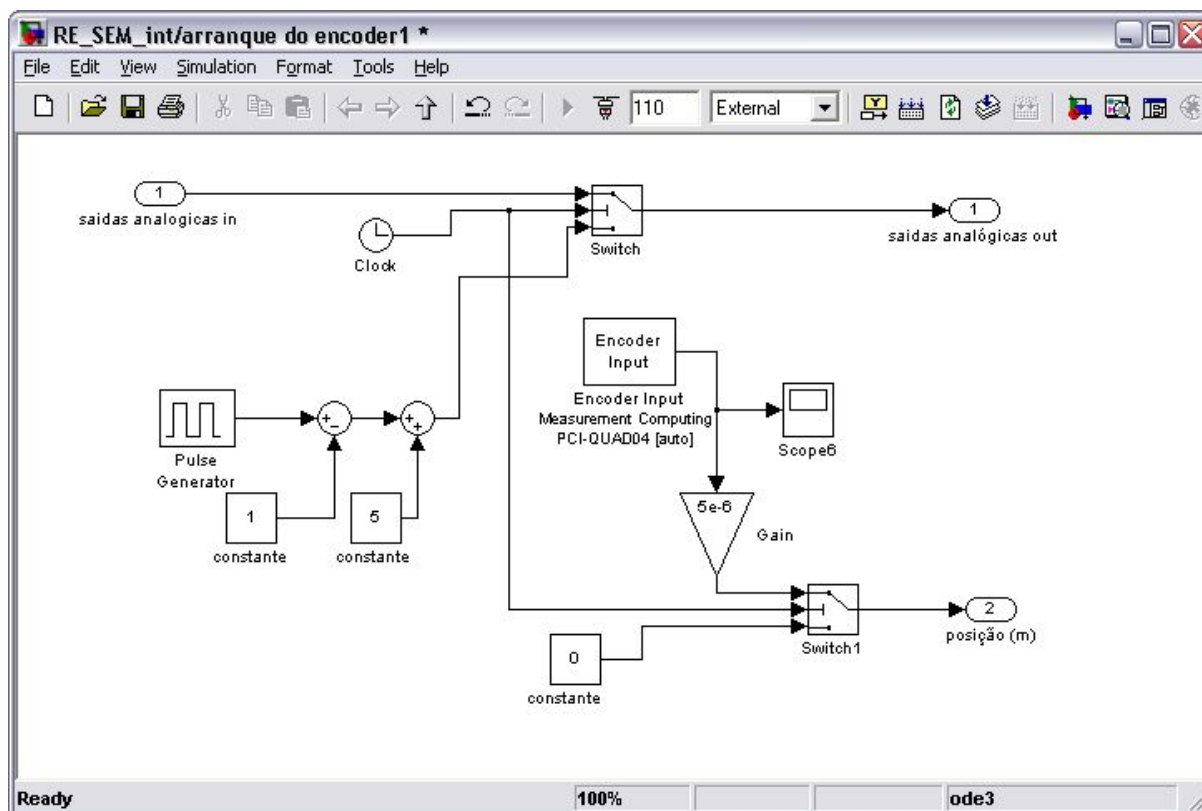


Fig.35 – Subsistema ‘arranque do encoder’

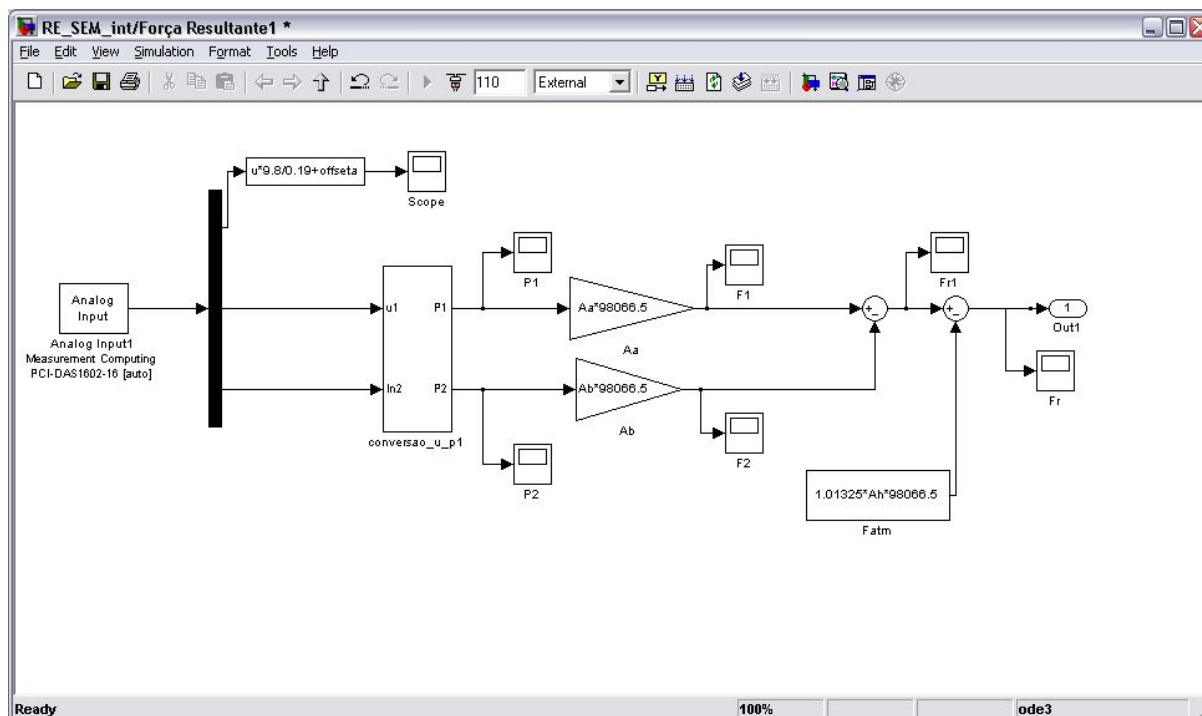


Fig.36 – Subsistema ‘Força Resultante’

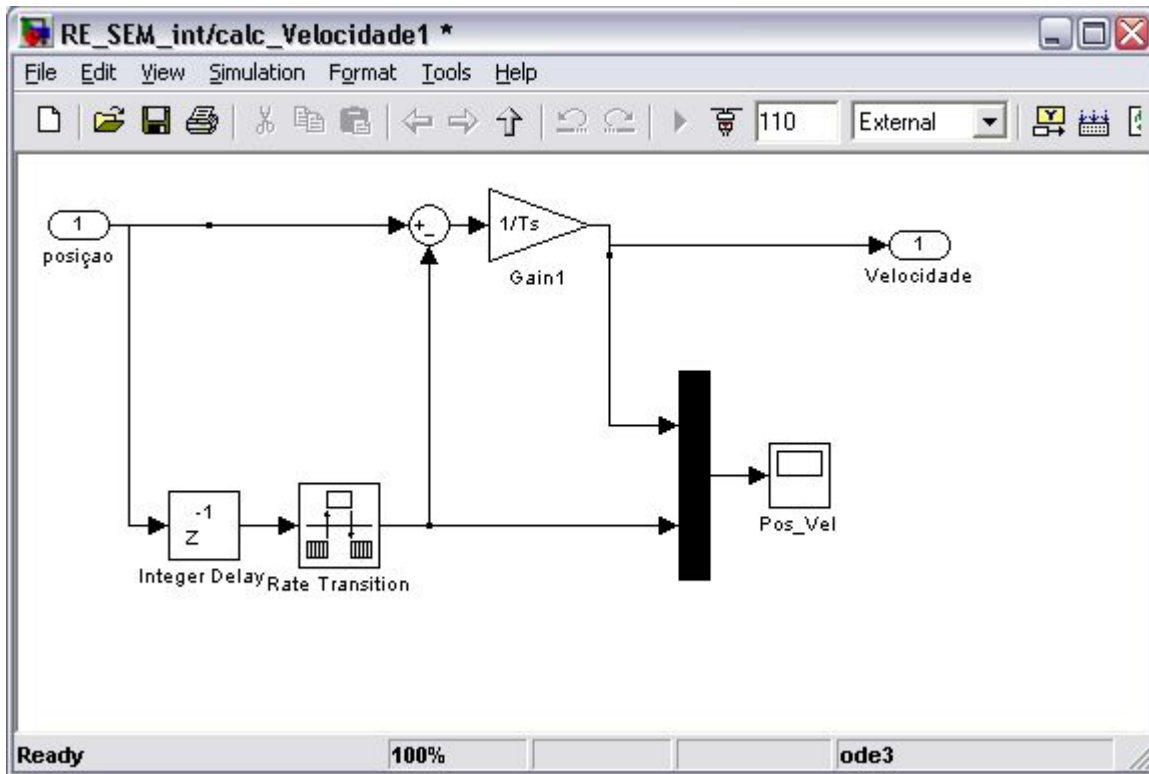


Fig.37 – Subsistema ‘calc \_ Velocidade’

Este controlador foi inicialmente testado com os valores dos ganhos calculados aquando do seu projecto, mostrado no capítulo 3.2.1, em que, para  $\omega_{RE}=60$  rad/s (frequência característica do protótipo de Bessel),  $K= [195.231 \quad 5.58030 \quad 0.03877]$ . Para estes valores resultam erros, quer no posicionamento, quer no seguimento de trajectórias, entre -6 e 6 mm (Fig.38 e 39).

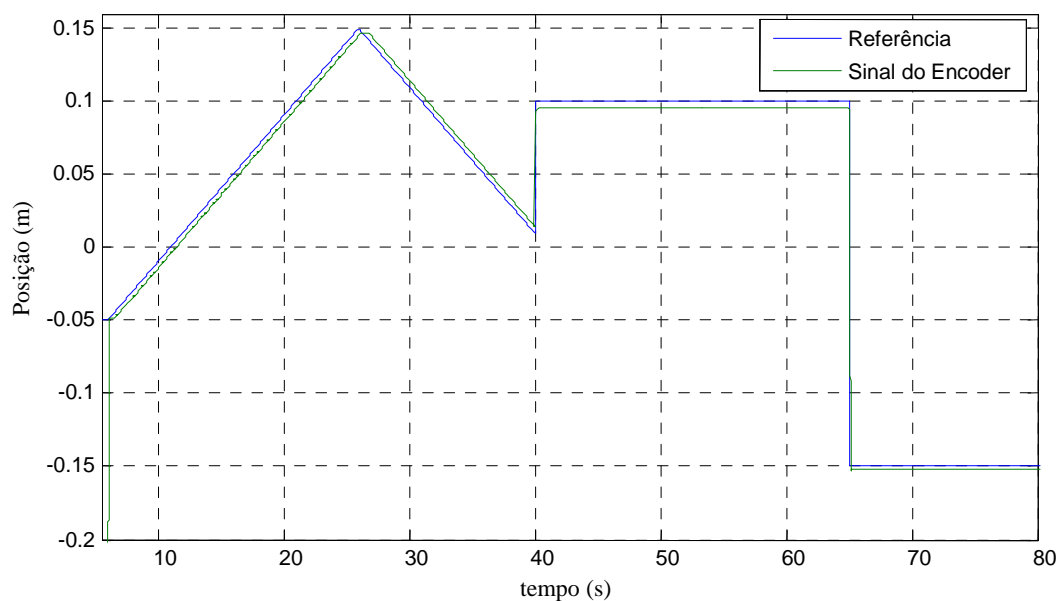


Fig.38 – Referência \_ Vs \_ Encoder – RE sem acção integral (60 rad/s)



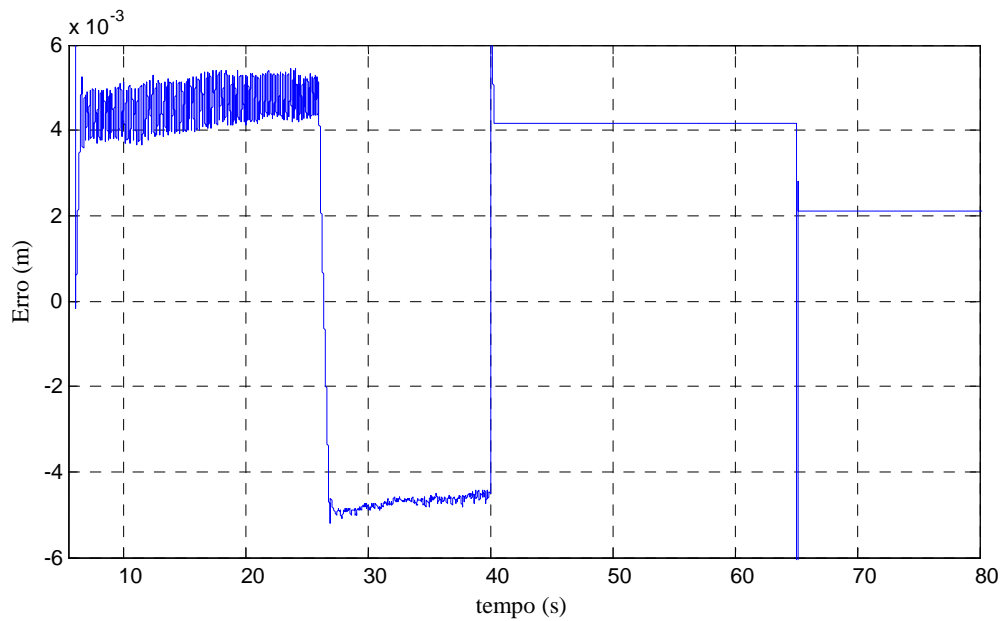


Fig.39 – Erro \_ rampa \_ degrau – RE sem acção integral (60 rad/s)

Para verificar as alterações resultantes ao aumentar a frequência do protótipo de Bessel e, consequentemente, os ganhos do sistema, procedeu-se a um ensaio de posicionamento, utilizando como referência uma onda quadrada variável. São verificadas diferenças (melhorias) nos resultados para uma frequência de Bessel de 70 rad/s, mas também aumenta a oscilação da acção de controlo do sistema, demonstrada por uma ligeira vibração e ruído da válvula de comando. Com estes novos ganhos ( $\mathbf{K}_{70\text{rad/s}} = [310.0198 \quad 6.3630 \quad 0.0469]$ ) resulta um erro no posicionamento entre 2.5 e 3 mm em comparação com -6 e 6 mm com 60 rad/s como se pode observar nas figuras seguintes

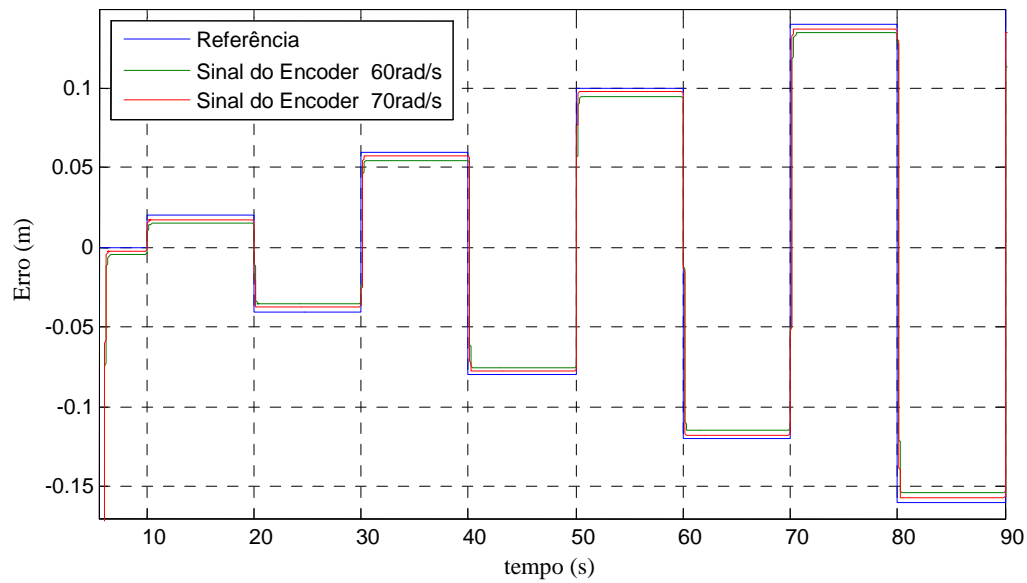


Fig.40 – Referência \_ Vs \_ Encoder – RE sem acção integral (60 e 70 rad/s)

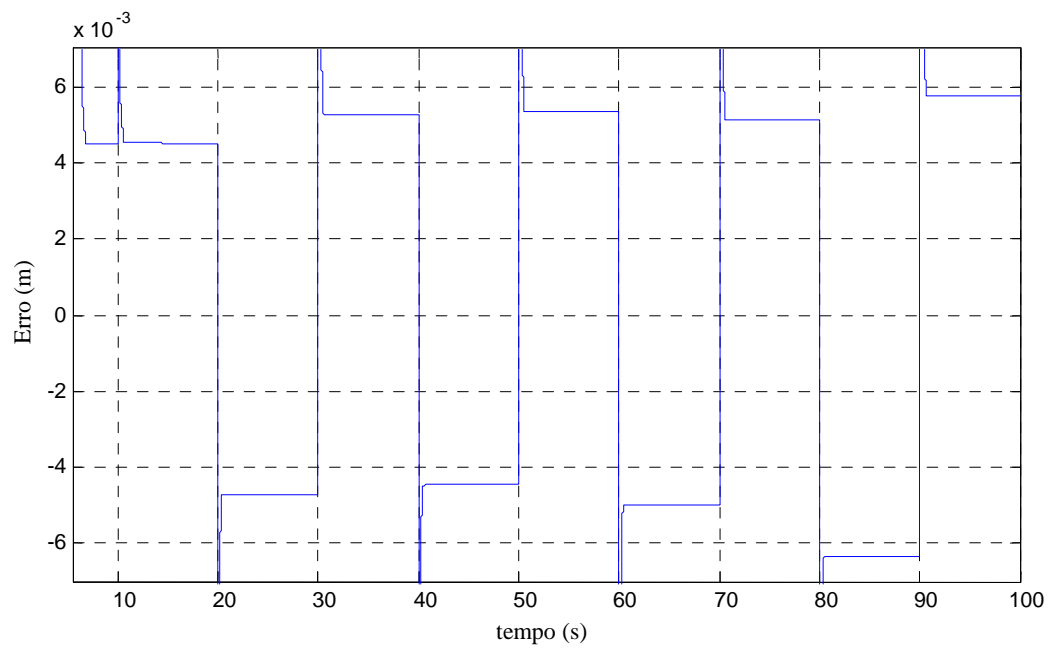


Fig.41 – Erro \_ onda quadrada variável – RE sem acção integral (60 rad/s)

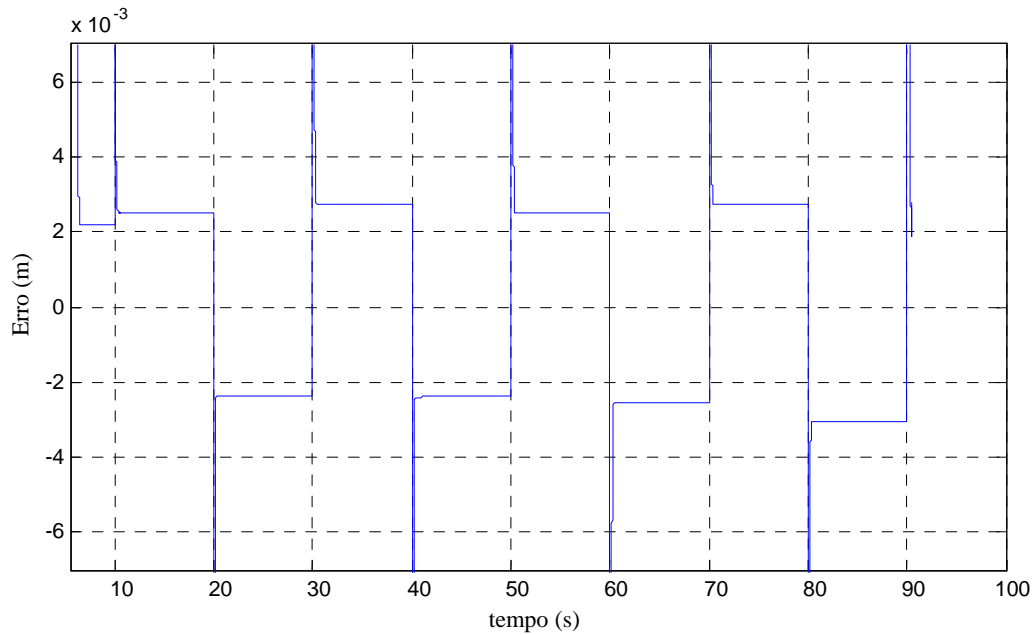


Fig.42 – Erro \_ onda quadrada variável – RE sem acção integral (70 rad/s)

Como se pode confirmar na Fig.40 este controlador tem um bom comportamento dinâmico, apesar de um erro estático não aceitável, ou seja, segue as referências dadas sem overshoot e de uma forma estável, isto é, sem os problemas de “sticking and restarting phenomena” vistos em [5], mas com um erro demasiado grande. Por estes motivos, era aceitável que fossem efectuadas outras tentativas para melhorar os erros deste controlador. Uma das melhorias, com vista a diminuir o ruído das medições, consiste em colocar um filtro na aquisição dos sinais dos transdutores de pressão. O ruído nestes sinais é causa primeira das vibrações e ruídos da válvula de comando. Para isso colocou-se um filtro de Bessel com frequência característica de 100 Hz (com dinâmica suficiente de modo a não interferir no sistema), no programa compilado em Simulink, no subsistema ‘*Força Resultante*’, mostrado na figura seguinte.

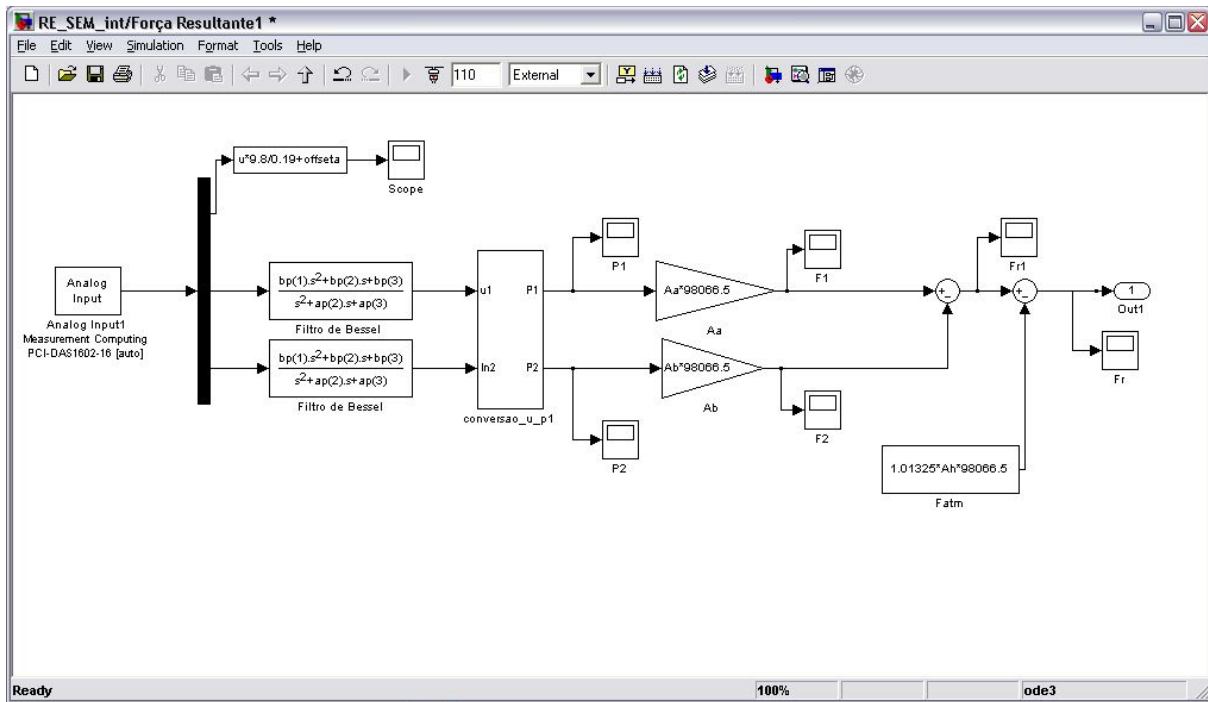


Fig.43 – Subsistema ‘Força Resultante’ com filtro de Bessel

Com estes filtros foi possível aumentar os ganhos do sistema e, consequentemente, a sua precisão, sem prejudicar a estabilidade do próprio sistema. Na tabela seguinte vemos os novos ganhos calculados para diferentes frequências características do filtro de Bessel.

Tabela 10 – Valores de ganho para diferentes valores de  $\omega_{RE}$  – RE sem acção integral

Valores de $\omega_{RE}$	Valores de <b>K</b>
60	[195.231 5.58030 0.03877]
70	[310.020 6.36300 0.04690]
80	[462.770 9.23400 0.05510]
100	[903.848 16.3136 0.07150]

Com estes novos ganhos, para  $\omega_{RE}=80$  rad/s e 100 rad/s o sistema foi testado com uma referência definida como sendo uma sequência de degraus de diferentes valores, como se pode ver na figura seguinte.

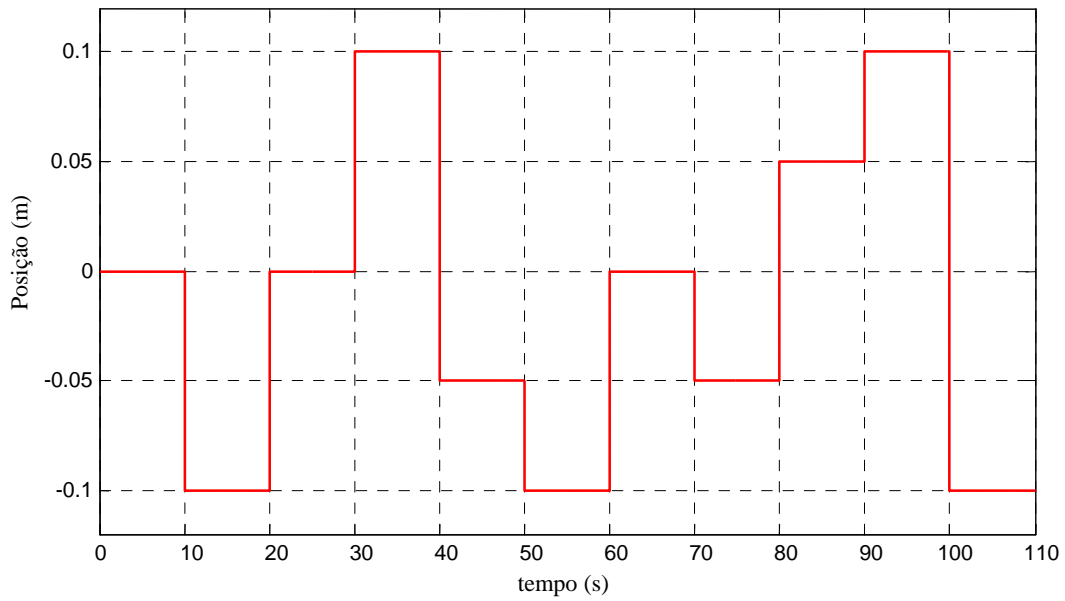


Fig.44 – Referência \_ Sequência de Degraus

Os resultados obtidos são de todo satisfatórios tendo em conta o tipo de controlador que se utiliza, atingindo-se erros inferiores a  $-0.4/2$  mm. No caso do conjunto de ganhos com  $\omega_{RE} = 80$  rad/s o sistema comporta-se sem qualquer tipo de oscilação e conseguem-se atingir erros entre  $-0.4$  e  $1.9$  mm (Fig.45). No caso do conjunto de ganhos com  $\omega_{RE} = 100$  rad/s são conseguidos erros inferiores  $-0.4/1.4$  mm (Fig.46), mas já se começa a notar certas vibrações e ruídos no sistema. Conclui-se, portanto, que o melhor conjunto de ganhos a utilizar é o conjunto com  $\omega_{RE} = 80$  rad/s.

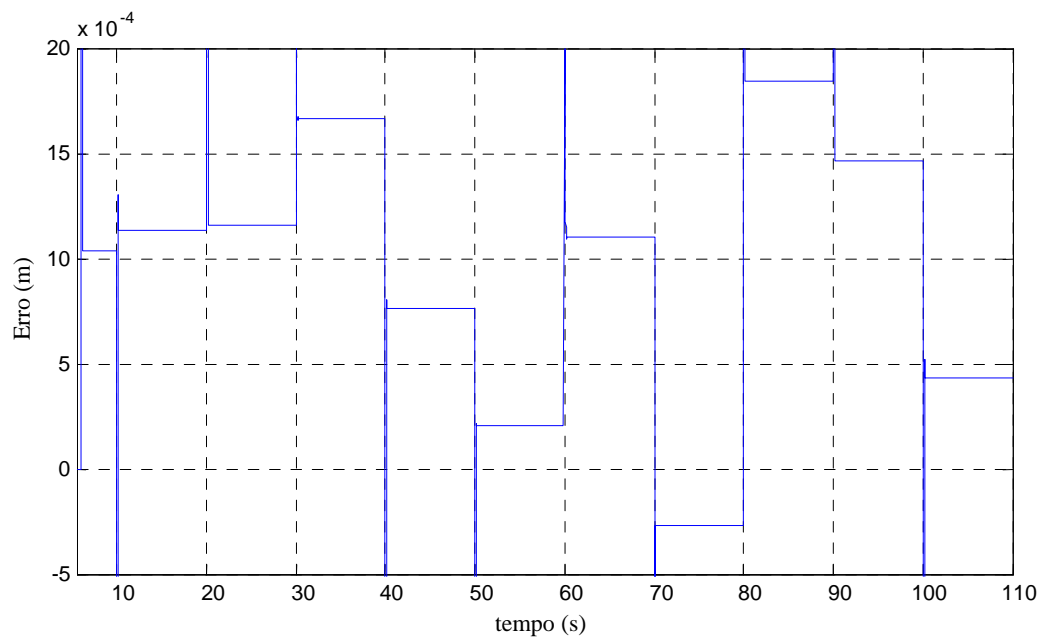


Fig.45 – Erro \_ Filtro nas pressões\_80 rad/s

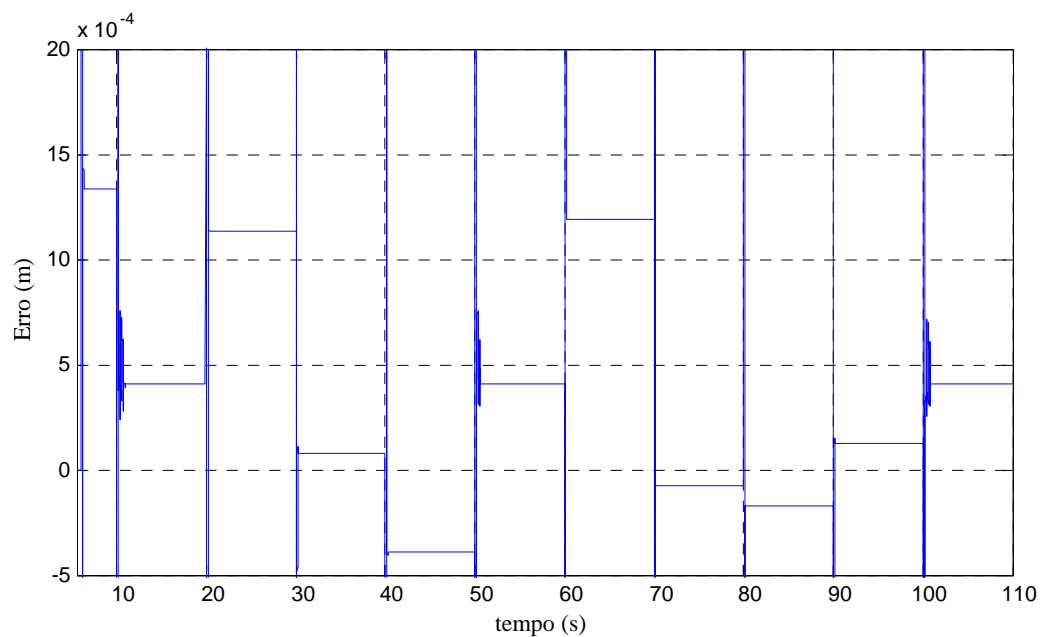


Fig.46 – Erro \_ Filtro nas pressões\_100 Hz

Apesar de terem sido atingidos bons resultados, era lógico tentarem-se outros tipos de colocações de pólos. Para isso, procedeu-se a uma colocação de pólos clássica utilizando o seguinte protótipo:

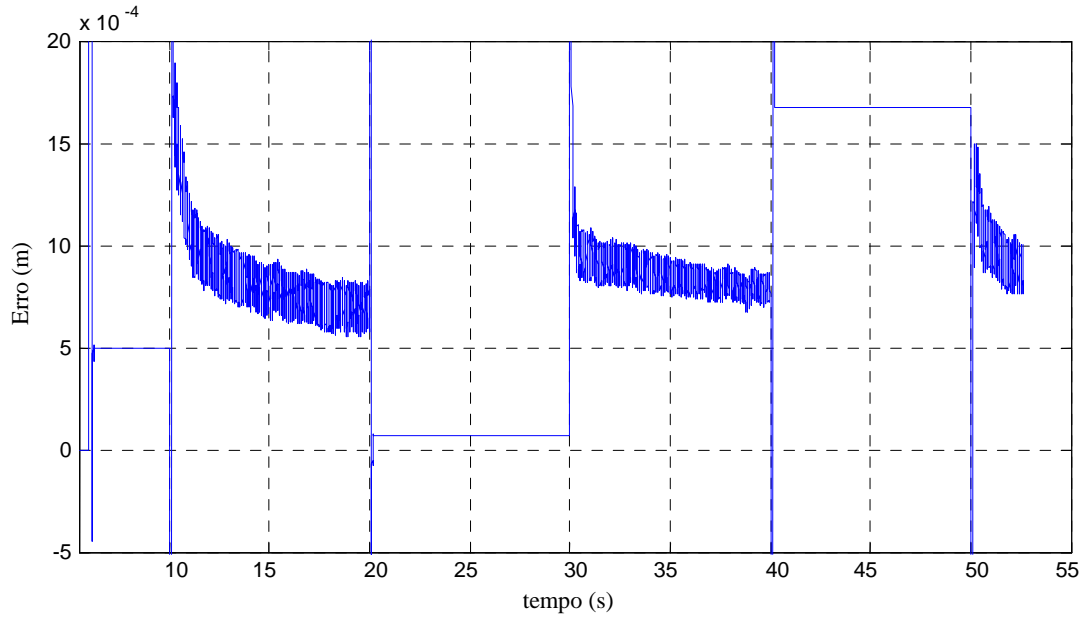
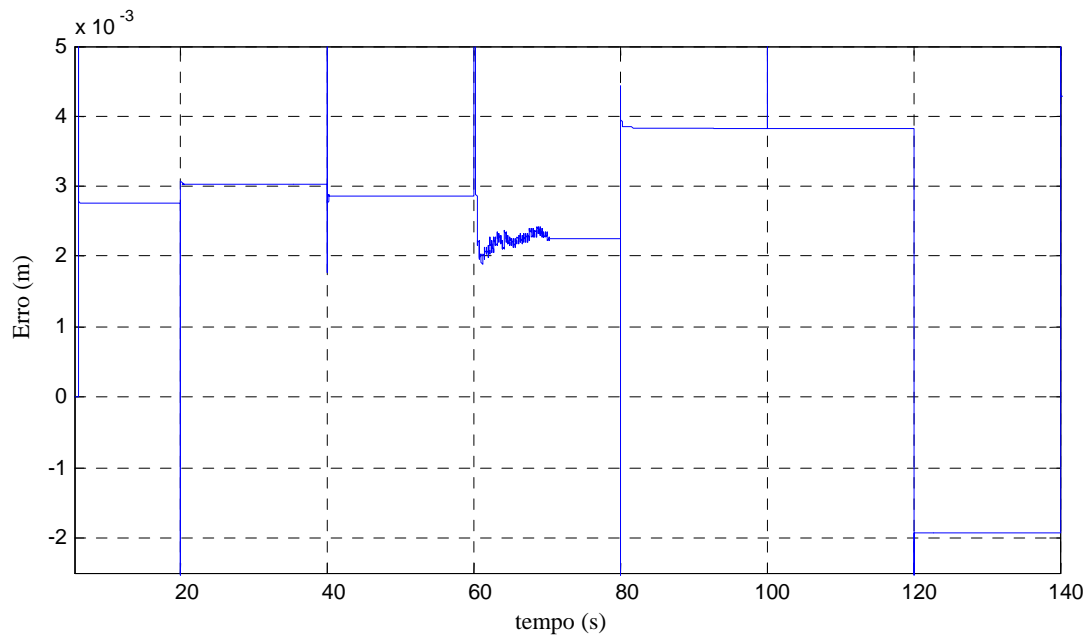
$$G(s) = \frac{K}{(Ts + 1) \cdot \left( \frac{s^2}{\omega_n^2} + \frac{2\xi \cdot s}{\omega_n} + 1 \right)} \quad (84)$$

em que se impõe um pólo real 5 vezes mais rápido que os outros dois pólos, conjugados e complexos, e com uma razão de amortecimento  $\xi$  entre 0.7 e 0.8. Na tabela 11 são mostrados os vários ganhos para diferentes valores da colocação dos pólos.

Tabela 11 – Valores de ganho para diferentes valores de  $\omega_n$  e  $\xi$

Valores de $\omega_n$ [rad/s]/ $\xi$	Valores dos pólos	Valores de K
50/0.7	$p = [-250 ; -35.00 \pm 35.71i]$	[564.9043 10.610 0.0972]
45/0.7	$p = [-225 ; -31.49 \pm 32.15i]$	[411.8131 7.7924 0.0865]
40/0.8	$p = [-200 ; -32.00 \pm 24.00i]$	[289.2313 6.6358 0.0784]
40/0.7	$p = [-200 ; -28.00 \pm 28.57i]$	[289.2312 5.3451 0.0757]

Os ensaios iniciais com estes ganhos, calculados a partir dos pólos desejados, foram feitos com uma referência definida por uma sequência de degraus de diferentes valores, já utilizada, que pode ser vista na Fig.44. Os resultados alcançados não apresentam, no seu geral, uma melhoria em relação aos vistos na Fig.46. Com  $\omega_n=50$  e  $\xi=0.7$ , apesar de serem atingidos erros inferiores (menores que 1.7 mm), o sistema entra em oscilação, que se mostra através de vibração e ruído como mostrado na Fig.47. Esta oscilação também se verifica, apesar de em muito menor grau, com  $\omega_n=40$  e  $\xi=0.8$  (Fig.48). Com estes dados foram excluídos o 1º e 3º conjuntos de ganhos da tabela 11.


 Fig.47 – Oscilação com  $\omega_n=50$  e  $\xi=0.7$ 

 Fig.48 – Oscilação com  $\omega_n=40$ ,  $\xi=0.8$ 

Das combinações de ganhos em que o sistema não apresenta oscilações, com  $\omega_n=45$  e  $\xi=0.7$  e  $\omega_n=40$  e  $\xi=0.7$ , e depois de comparados os resultados (Fig.49), conclui-se que o conjunto de ganhos com  $\omega_n=45$  e  $\xi=0.7$ ,  $\mathbf{K} = [411.8131 \quad 7.7924 \quad 0.0865]$ , é o que tem melhores desempenhos atingindo-se erros entre -1 e 2.5mm. Comparando estes resultados com os conseguidos com protótipo de Bessel ( $\omega_n=70$  rad/s), observa-se que, para além do sistema se mostrar mais estável, apresenta erros inferiores.



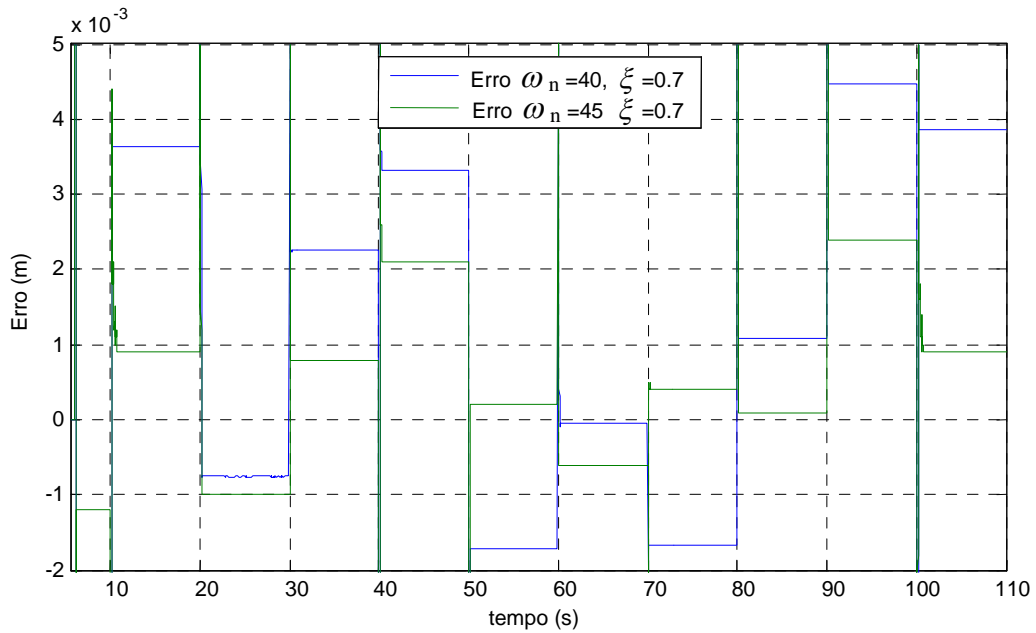


Fig.49 – Erro \_ Sequência de Degraus,  $\omega_n=40$ ,  $\xi=0.7$  e  $\omega_n=45$ ,  $\xi=0.7$

Outra referência testada neste controlador foi uma referência como a da Fig.44, mas com o bloco Gerador de Trajectória. Esta referência, apesar de parecer muito similar à anterior tem características diferentes, já que com acelerações e desacelerações no sinal, a influência dos ganhos referentes à posição e velocidade vão ter contribuições diferentes na acção de controlo da servoválvula. A seguir são mostrados os resultados mais significativos obtidos com esta referência e comparados resultados entre os dois sinais.

O gerador de trajectórias permite o ajuste de alguns parâmetros na geração do sinal. O mais influente é o ajuste da aceleração, em que foram testados valores entre  $3\text{m/s}^2$ , que fornece um sinal bastante suave, e  $20\text{m/s}^2$ , que fornece um sinal já muito parecido com o sinal sem este bloco, já que a aceleração atingida entre degraus é muito grande. Na Fig.50 mostra-se o comportamento do sistema para  $\omega_n=45$  e  $\xi=0.7$ , já que foi com este conjunto que se obteve o melhor desempenho com a referência anterior, para acelerações de 3, 6 e  $20\text{m/s}^2$ .

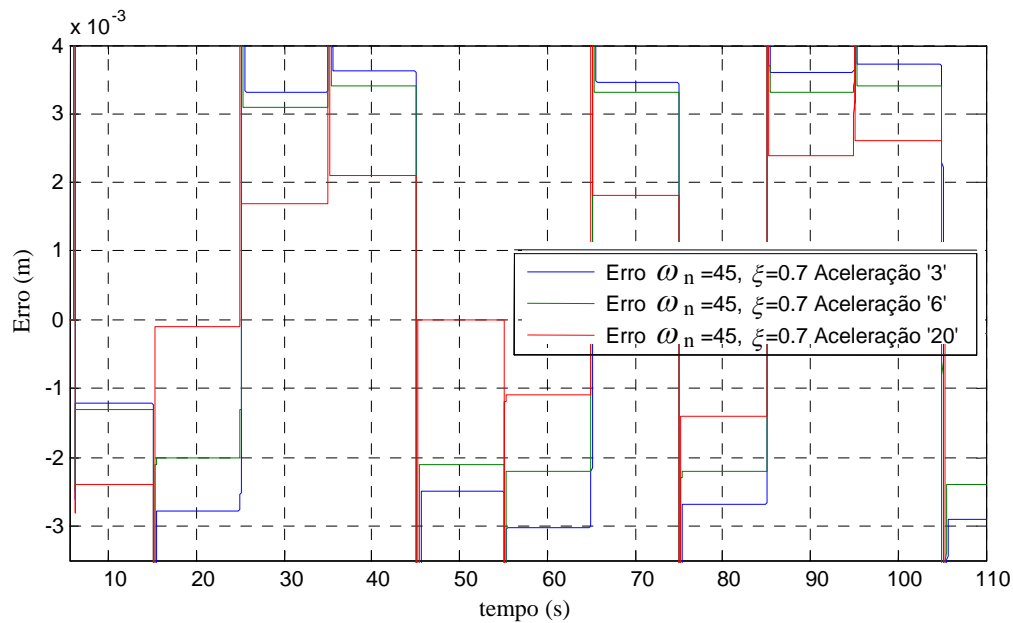


Fig.50 – Erro \_ Gerador de trajetórias,  $\omega_n=45$ ,  $\xi=0.7$ , Aceleração 3, 6 e 20 m/s<sup>2</sup>

Como se pode constatar, conseguem-se melhores resultados com uma aceleração acentuada nas transições de referências (20 m/s<sup>2</sup>), com erros entre -1.3 e 2.5 mm. Estes resultados são parecidos com os obtidos com uma referência sem o bloco gerador de trajetórias, como se pode ver na Fig.51 onde se comparam os dois sinais. É assim comprovado que este controlador se comporta melhor quando o sistema está a seguir referências que mudam bruscamente, ou seja, a influência dos ganhos de posição e de velocidade na acção de controlo vai ser mais “enérgica”, fazendo com que o pistão se aproxime mais da referência pretendida.

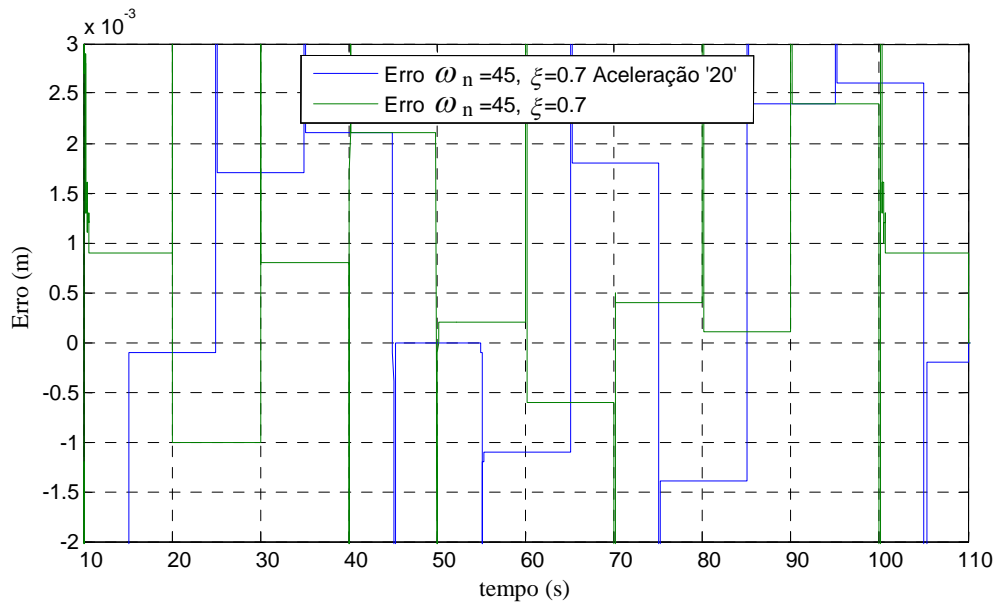


Fig.51 – Erro  $\omega_n=45$ ,  $\xi=0.7$ , Aceleração '20' e Repetição Sinal

Para verificar se, com  $\omega_n=50$  e  $\xi=0.7$ , ou seja, com  $\mathbf{K} = [564.9043 \quad 10.610 \quad 0.0972]$ , o sistema entrava em oscilação com este tipo de referência, procedeu-se a alguns testes. Nestes verificou-se que apesar de o sistema ter um comportamento estável, isto é, sem os ruídos e vibrações da válvula de comando, não atinge resultados melhorados. Assim, não se efectuaram mais testes com este conjunto de ganhos.

#### 4.4.3 Controlador por Retorno de Estado com acção integral

Na apresentação dos resultados obtidos com este controlador será feita uma separação entre os obtidos no seguimento de trajectórias e no posicionamento. Tal deve-se ao facto que no decorrer dos ensaios, se ter verificado, como será mostrado no ponto 4.4.3.1, que o controlador ao seguir uma trajectória obtém erros inferiores quando não é imposta qualquer restrição ao integrador, ou seja, deixando-o actuar 100 % do tempo. Pelo contrário, em relação ao posicionamento, experimentaram-se vários métodos para restringir o integrador (ponto 4.4.3.2), de modo a evitar o aparecimento de ciclos - limite. Estas restrições consistem em, sempre que se verificam determinadas condições, fornecer um sinal de erro nulo ao integrador inibindo a evolução temporal da sua saída.

Este controlador apresenta algumas semelhanças com o controlador por retorno de estado sem acção integral (Fig.34), como se pode ver na Fig.52. Utiliza subsistemas comuns, como 'arranque do encoder', 'Força Resultante' e 'calc \_ Velocidade', apesar de existirem

algumas modificações no posicionamento de certos ganhos, como o ganho de posição. Existe um novo subsistema, o '*Integrador*' (Fig.53). Este tem a característica de possibilitar, facilmente e através de interruptores manuais, a escolha do sinal a integrar:

- O erro passa directamente para o integrador, isto é, sem qualquer restrição;
- O erro passa por uma Zona Morta, que fornece um sinal nulo sempre que o erro entra numa zona delimitada entre um valor máximo e um valor mínimo, que se podem definir;
- O erro passa por um outro subsistema, '*Sign \_ Contador*' (Fig.54). Este subsistema contém um Flip - Flop, memória S-R, que tem como função comutar o sinal fornecido ao integrador entre 0 e o erro. O *set* do Flip - Flop pode ser feito de várias maneiras, constituindo assim diferentes restrições, nomeadamente:
  - Com um bloco '*Sign*', em que consoante a entrada muda de sinal positivo para negativo, ou vice-versa, este fornece um sinal igual a 1 ou -1. Um contador, que tem como opção monitorizar o sinal na sua entrada e sentir quando este tem variações, recebe este sinal e, dado um valor máximo de contagens definido para as variações, faz o *set* do Flip – Flop;
  - Com um bloco '*Dead Zone*', em que sempre que o sinal de erro entra na banda - limite é contabilizado. Sendo atingido o número máximo de contagens, o contador faz o *set* ao Flip - Flop;
  - Por um Contador que, neste caso, é utilizado como um temporizador.

O *reset* do Flip - Flop é efectuado sempre que a referência comuta entre as várias posições pretendidas, sendo também feito o *reset* ao contador, se este modo estiver em uso.

Os diferentes resultados obtidos com esta variedade de opções vão ser mostrados nos pontos seguintes.

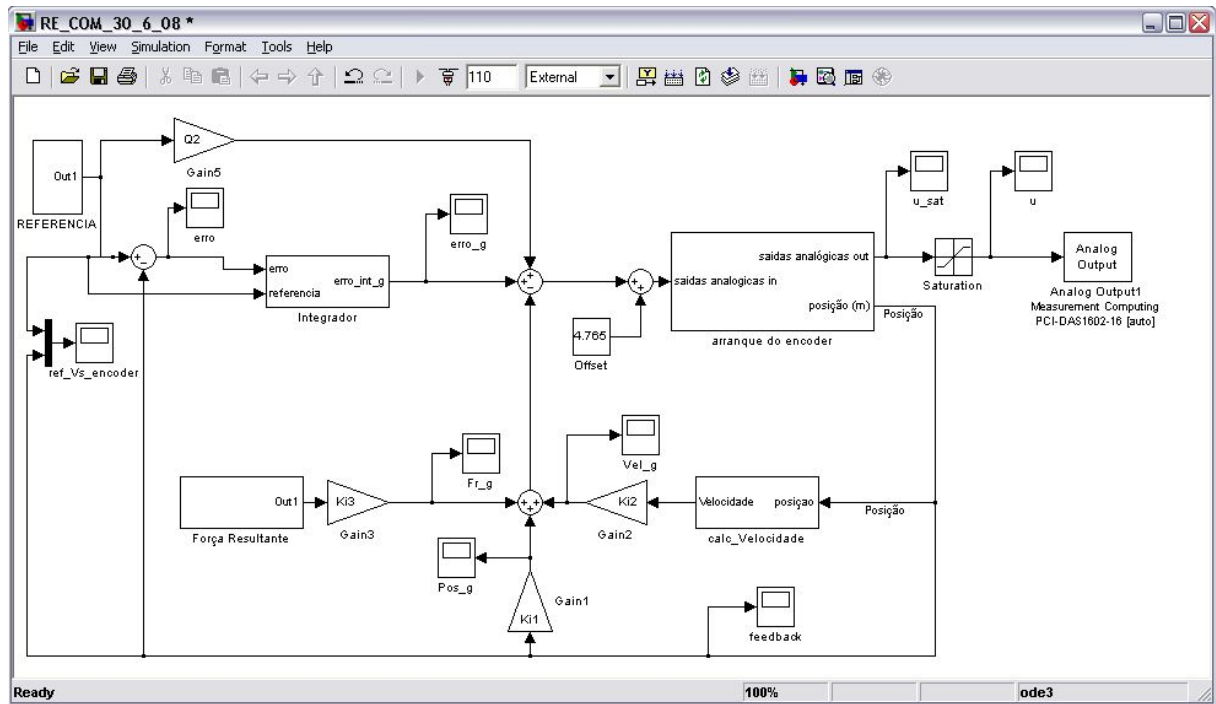


Fig.52 – Controlador RE com acção integral

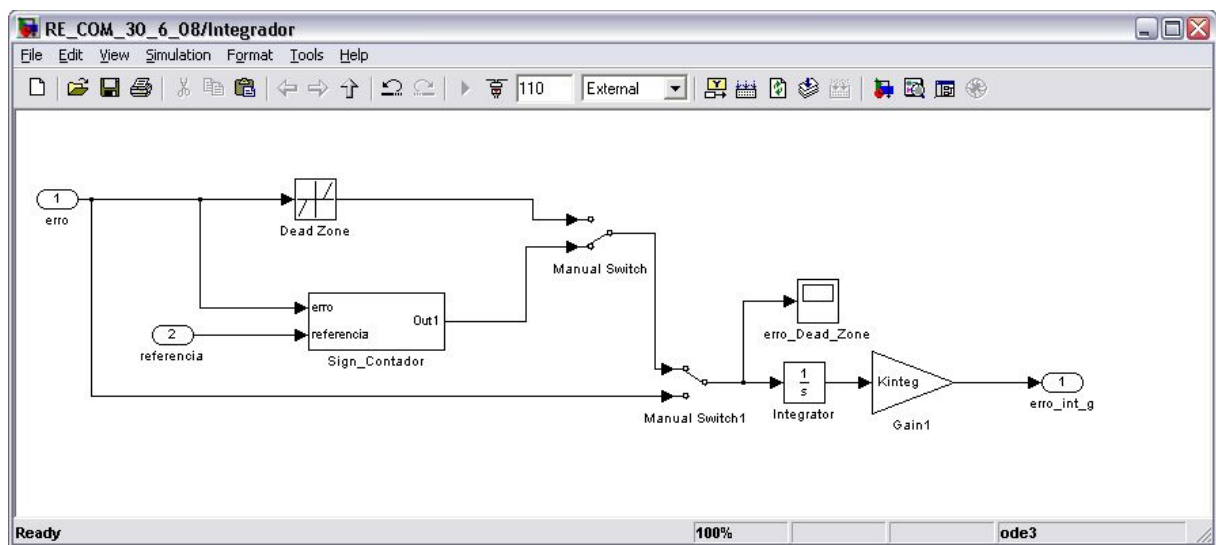


Fig.53 – RE com acção integral \_ Integrador

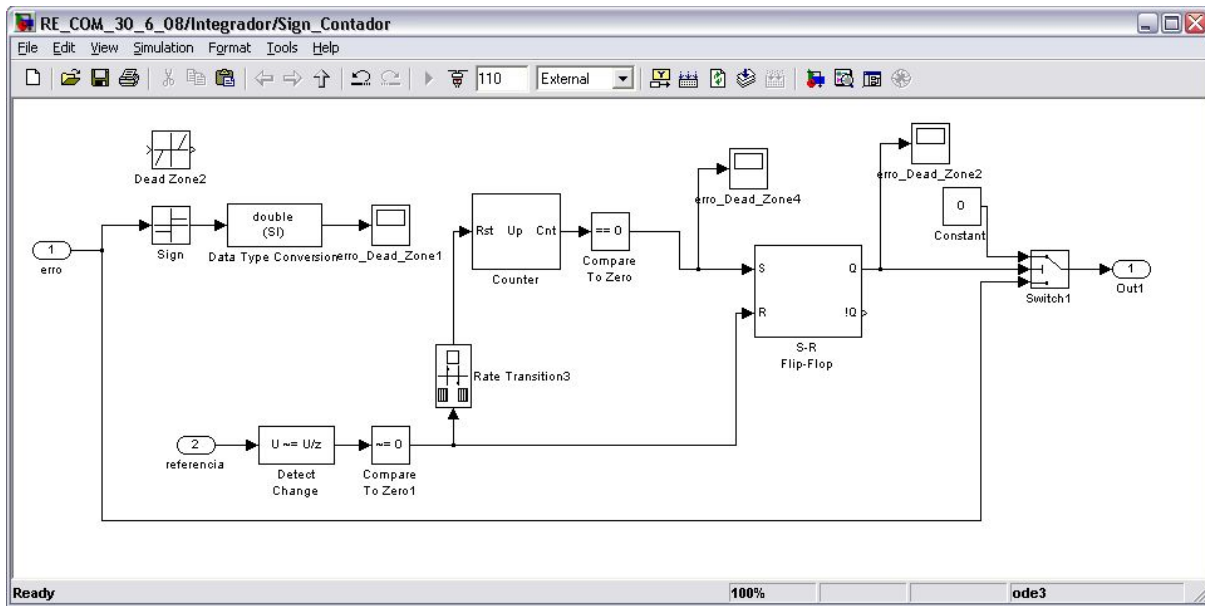


Fig.54 – RE com acção integral \_ Integrador \_ Contador

#### 4.4.3.1 Seguimento de trajectórias

No seguimento de trajectórias foram testados controladores sem restrições no integrador, uma zona - morta (*Dead Zone*) ou um Contador funcionando como temporizador. Os resultados obtidos mostram que utilizando o integrador do controlador a actuar a tempo inteiro se obtêm melhores resultados do que utilizando qualquer uma das outras técnicas. Os resultados apresentados no presente trabalho são baseados em ganhos **K** calculados com ma frequência característica do protótipo de Bessel de  $\omega_{RE} = 60 \text{ rad/s}$  (**K** = [625.031 9.39850 0.05270 11715.0]).

Na Fig.55 apresenta-se apenas a referência utilizada para estes testes, enquanto nas Fig.56 e Fig.57 se mostra quer a referência quer, os sinais do *encoder*. Na Fig.56 vê-se uma aproximação a uma das inversões de sentido da sinusóide, um dos pontos mais críticos em toda a trajectória, enquanto a Fig.57 mostra a capacidade de seguimento do sistema na parte menos crítica da sinusóide, mas também a mais extensa.

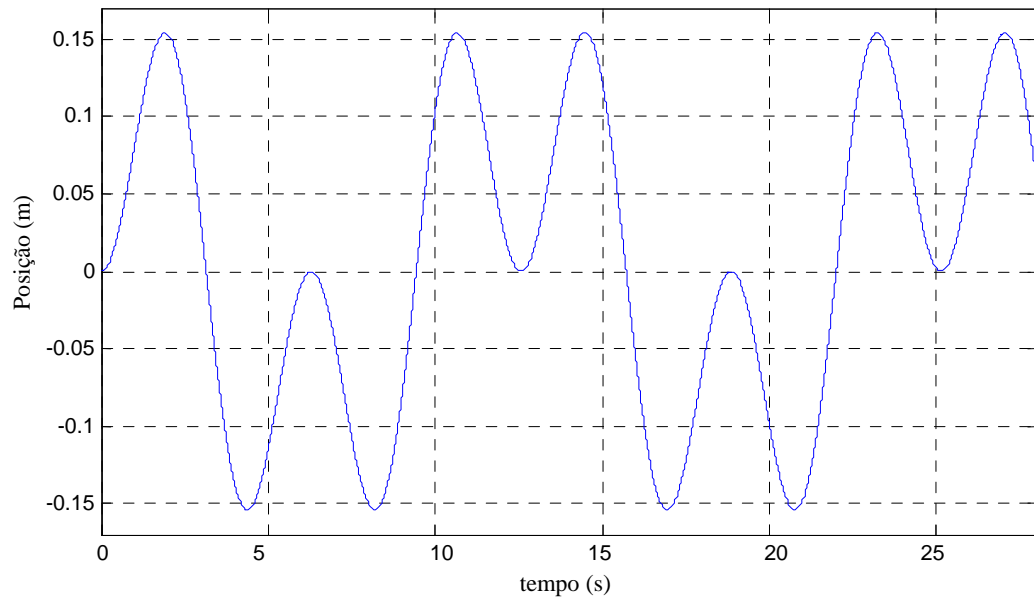
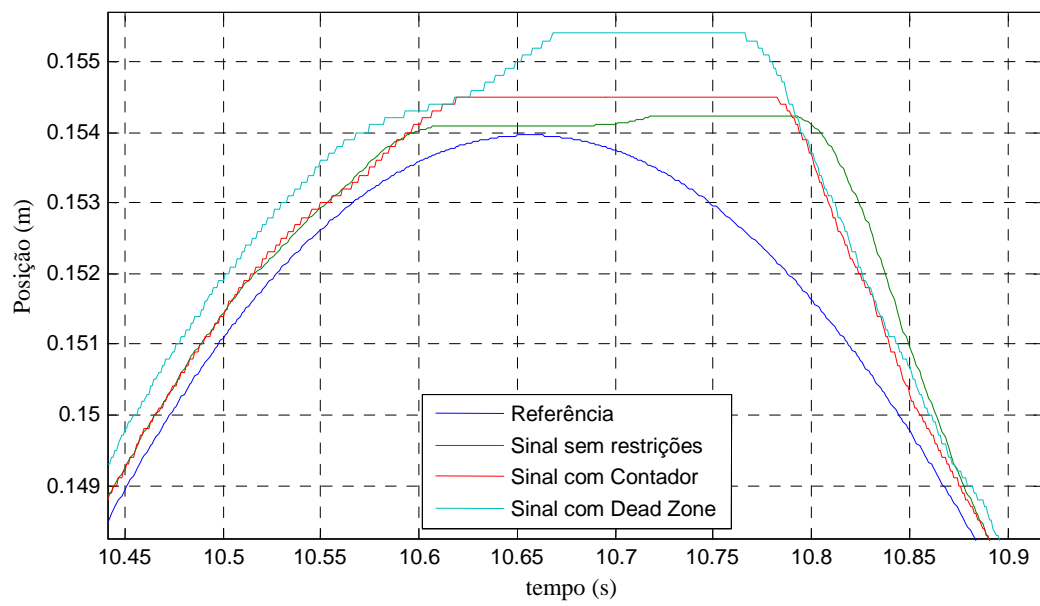


Fig.55 – Referência \_ Sinusóide

Fig.56 – Sinusóide \_ Sinais sem restrições, com Contador e com *Dead Zone* \_ Pico

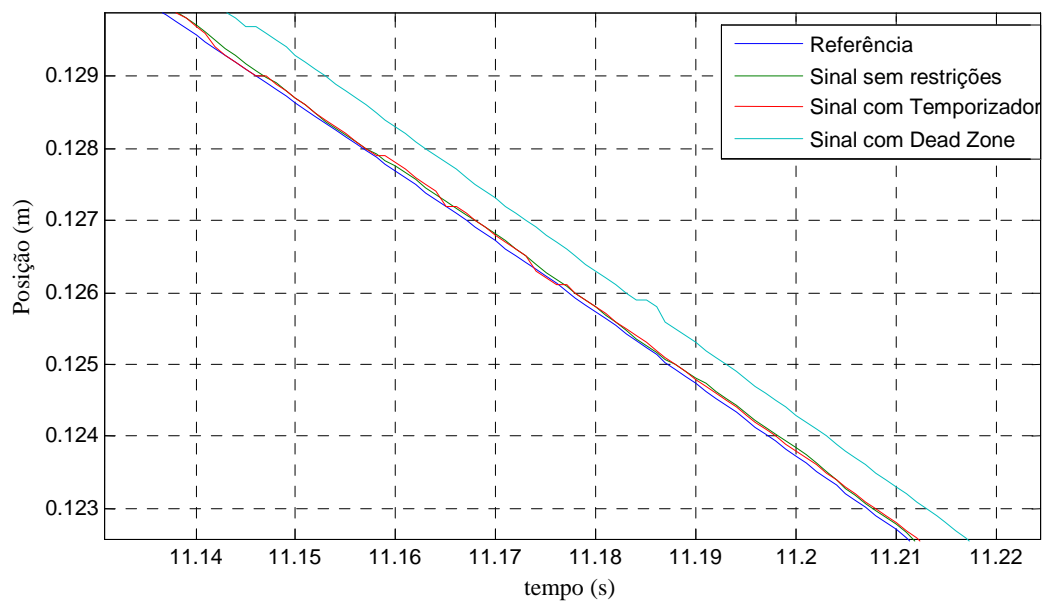


Fig.57 – Sinusóide \_ Sinais sem restrições, com Temporizador e com *Dead Zone* \_ Rampa

Como se pode observar na Fig.58 e na Fig.59, o erro no seguimento da trajectória é, normalmente, inferior a 0.3 mm, quer com o controlador sem restrições, quer com o Temporizador, excepto nas inversões de sentido em que o erro não ultrapassa os 3 mm.

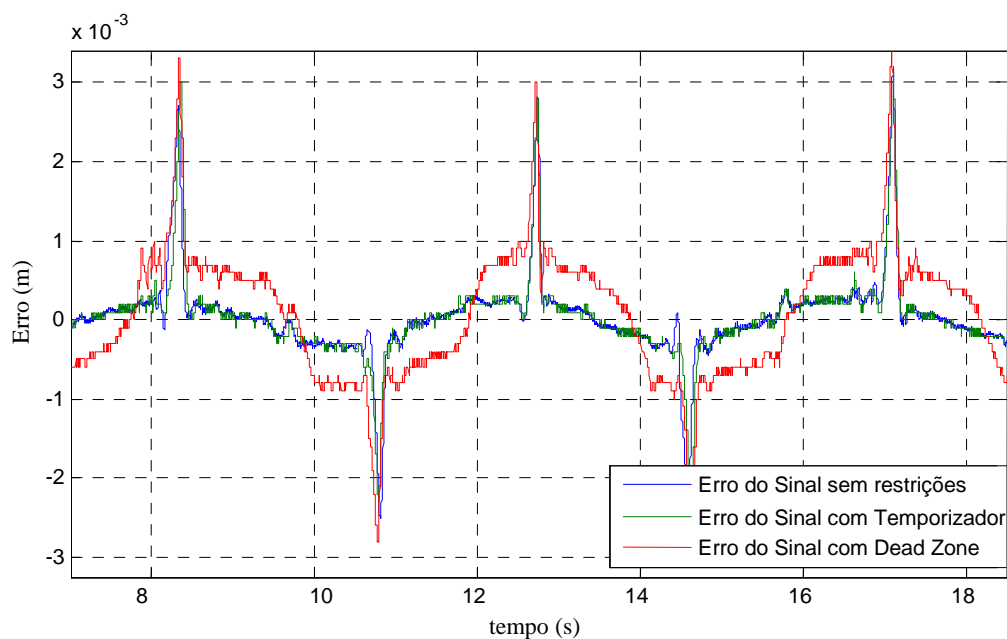


Fig.58 – Erro \_ Sinusóide \_ Sinais sem restrições, com Temporizador e com *Dead Zone*



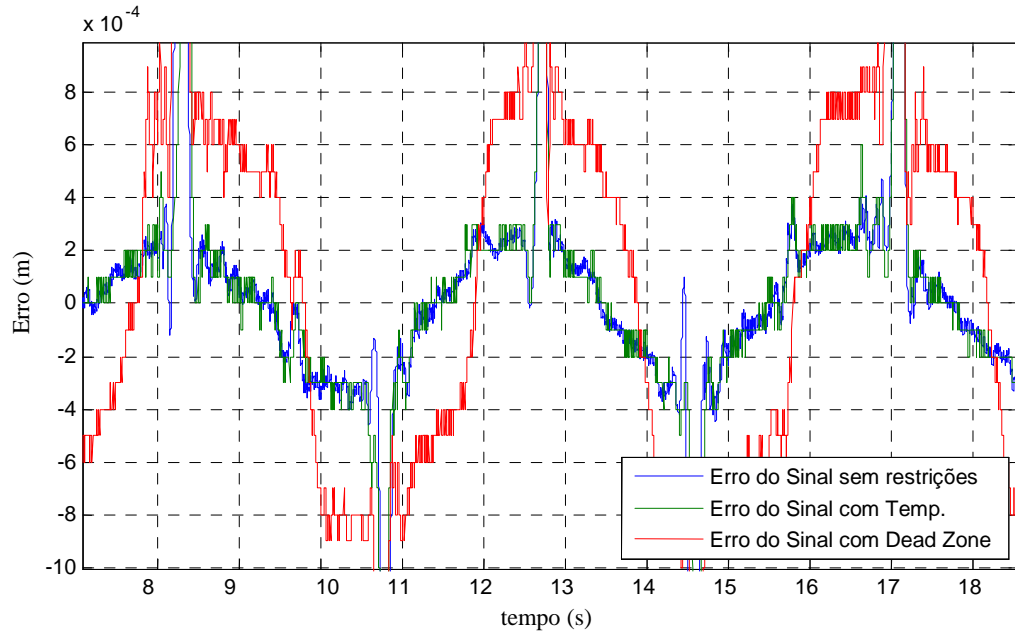


Fig.59 – Erro\_Sinusóide\_Sinais sem restrições, com Temporizador e com *Dead Zone\_Zoom*

Deve ser referido que a frequência utilizada,  $\omega_{RE} = 60 \text{ rad/s}$ , foi a máxima possível sem o sistema apresentar oscilações. Também foi testado  $\omega_{RE} = 70 \text{ rad/s}$  ( $\mathbf{K} = [992.530 \quad 13.9520 \quad 0.06320 \quad 21704.0]$ ), mas foram sentidas vibrações e muitos ruídos nas partes mais críticas da sinusóide.

#### 4.4.3.2 Posicionamento

No caso do posicionamento, tal como no controlador RE sem acção integral, inicialmente não foi utilizado o filtro de Bessel nas pressões, como se pode ver na Fig.36. Também foi utilizado o vector de ganhos  $\tilde{\mathbf{K}}$  calculado aquando do projecto do controlador, com uma frequência do protótipo de Bessel de  $40 \text{ rad/s}$ , em que  $\tilde{\mathbf{K}} = [185.194 \quad 2.67270 \quad 0.03170 \quad 2314.14]$  e  $Q_2 = k_1 = 185.194$ . Com estes valores foram testadas algumas referências, entre as quais uma onda quadrada variável (Fig.17) e uma sequência de degraus (Fig.44). Inicialmente o controlador foi testado sem restrições na acção integral e verificou-se a ocorrência de um ciclo limite (Fig.60), tal como visto em [5].

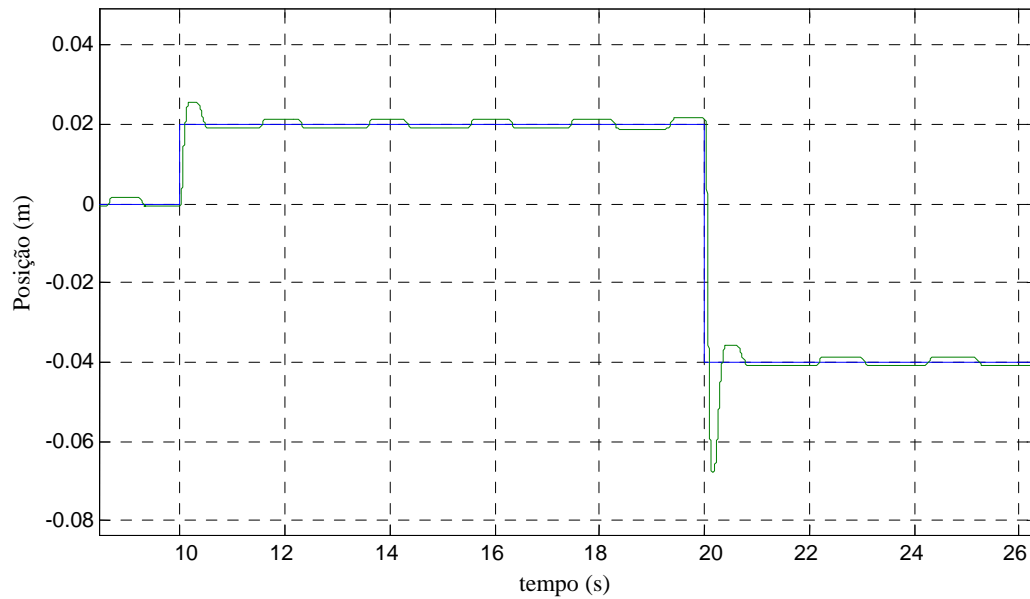
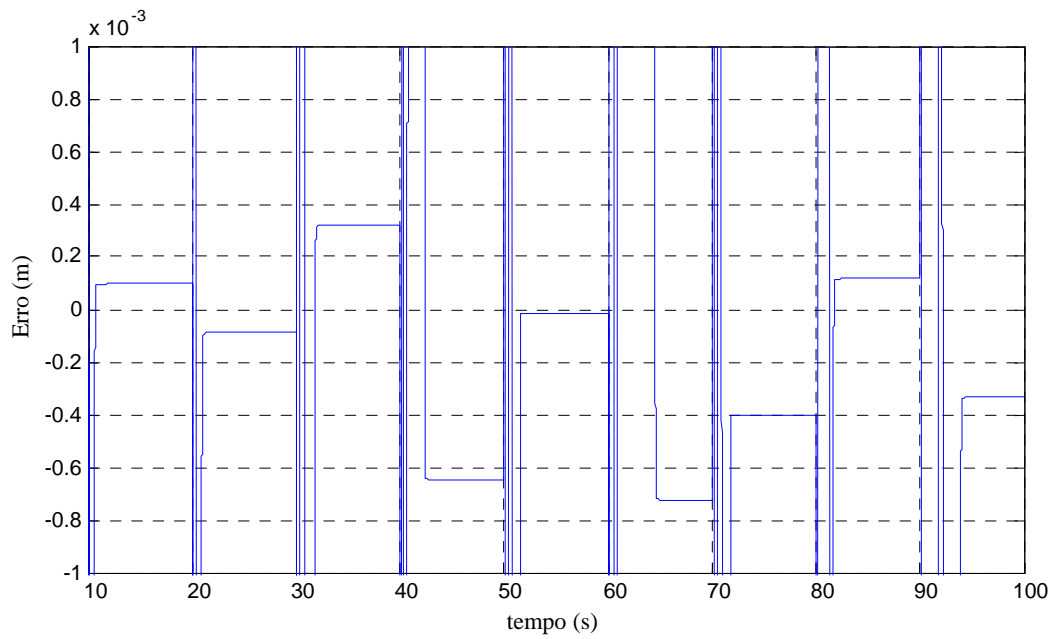
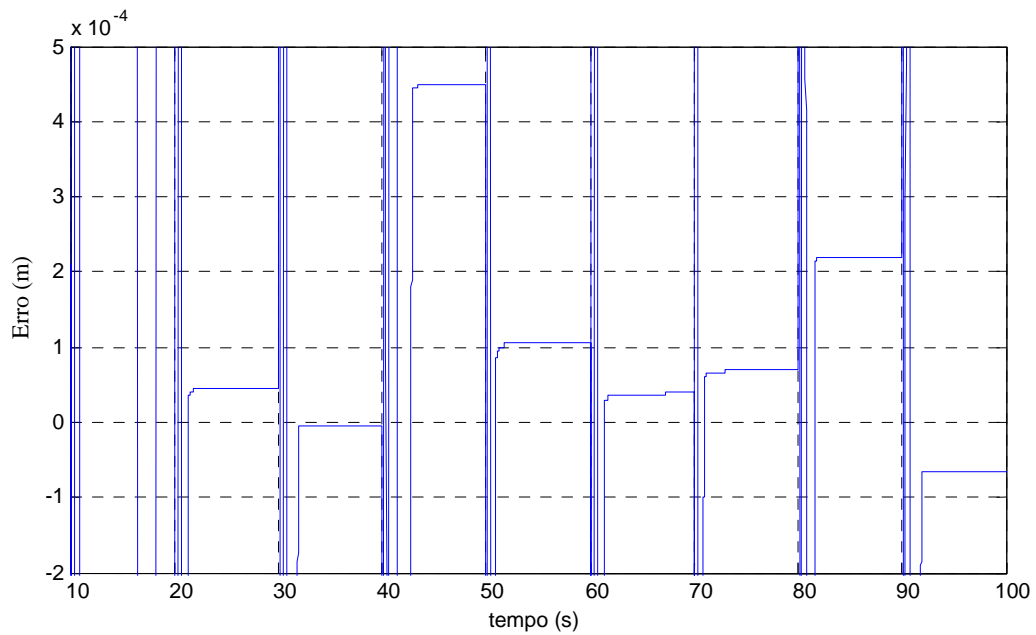


Fig.60 – Ciclo limite

Confirmados os problemas inerentes à conjugação da não linearidade da força de atrito estático com o integrador, era necessário experimentar técnicas de restrição da acção do integrador. O primeiro método utilizado foi a inclusão de uma *Dead Zone*, em que, quando o valor absoluto do erro é inferior a uma banda – limite, este bloco tem na sua saída um sinal nulo, fazendo com que o integrador mantenha o seu valor. Os resultados obtidos não foram totalmente satisfatórios, já que, apesar de atingidos bons resultados, a repetibilidade do sistema é insuficiente. Aquando da utilização da onda quadrada variável como referência, e com *Dead Zone* de  $\pm 1$  mm, os erros situam-se na sua maioria entre -0.6 e 0.4 mm, como se pode ver na figura seguinte.

Fig.61 – Erro \_ Onda quadrada variável \_ *Dead Zone*  $\pm 1$  mm

Outra referência utilizada foi uma sequência de degraus em que, com uma *Dead Zone*  $\pm 0.5$  mm, se conseguem bons resultados. Isto é, tirando um ou outro degrau que, por motivos difíceis de quantificar, impedem o controlador de parar o pistão dentro da *Dead Zone* delimitada, consegue-se fazer posicionamento dentro das 5 décimas de milímetro (Fig.62).

Fig.62 – Erro \_ Repetição de referências \_ *Dead Zone*  $\pm 0.5$  mm

Foram, dentro destas referências, testadas outras *Dead Zone*, mas sem resultados aceitáveis, normalmente sem conseguir evitar o ciclo limite.

A partir deste ponto, foi introduzido, à semelhança do controlador RE sem acção integral, filtros de Bessel nas pressões com uma frequência característica de 100 Hz. Deste modo, é possível aumentar a frequência característica do protótipo de Bessel, utilizado no cálculo dos ganhos do sistema. Na tabela seguinte mostram-se os conjuntos de frequências e ganhos correspondentes, utilizados nos ensaios, sem que o sistema apresentasse, por algum motivo, oscilação.

Tabela 12 – Valores de ganho para diferentes valores de  $\omega_{RE}$  – RE com acção integral

Valores de $\omega_{RE}$ [rad/s]	Valores de K	Valores de Q
40	[185.194 2.67270 0.03170 2314.14]	$Q_2 = k_1 = 185.194$
45	[263.685 4.05640 0.03700 3706.80]	$Q_2 = k_1 = 263.685$
50	[361.7078 5.63860 0.04220 5649.80]	$Q_2 = k_1 = 361.7078$
60	[625.031 9.39850 0.05270 11715.0]	$Q_2 = k_1 = 625.031$

Os ensaios a seguir mostrados, com restrição do integrador através de *Dead Zone*, foram obtidos com duas referências; uma sequência de degraus como na Fig.44, e este mesmo sinal mas com o bloco gerador de trajectória.

Inicialmente foram apurados os resultados com o sinal do Gerador de Trajectória (Fig.18). Neste caso, os testes efectuados com *Dead Zone*, para  $\omega_{RE}$  de 40 ou 50 rad/s não conduziram a resultados satisfatórios, situando-se o erro entre os -2 e 1.5 mm. Resultados em parte aceitáveis obtiveram-se com  $\omega_{RE} = 60$  rad/s e uma *Dead Zone* de -0.1 e 0.6 mm (Fig.63), em que o erro é normalmente inferior a 0.7 mm, e com  $\omega_{RE} = 60$  rad/s e uma *Dead Zone* de  $\pm 0.01$  mm (Fig.64), em que o erro é, numa parte do sinal, inferior a 0.5 mm, mas com alguns resultados com erros na ordem dos -1.2 mm.

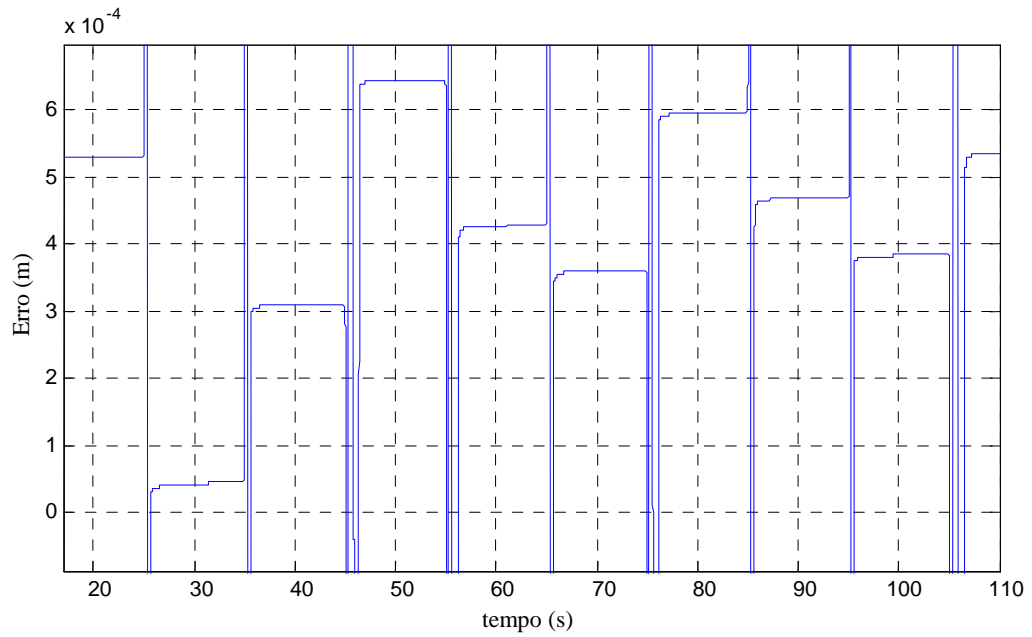


Fig.63 – Erro\_Sequência de degraus com Gerador de Trajectória\_Dead Zone de -0.1 e 0.6 mm

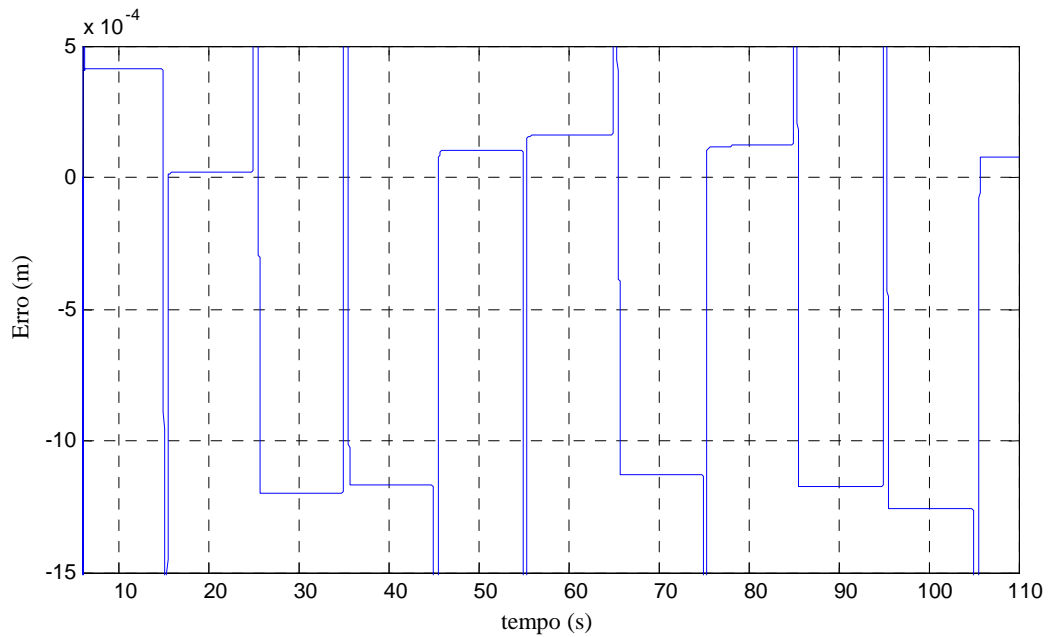


Fig.64 – Erro\_Sequência de degraus com Gerador de Trajectory\_Dead Zone  $\pm 0.01$  mm

Na referência composta por uma sequência de degraus, foram testadas as várias frequências (40,45,50 e 60 rad/s), com *Dead Zone* entre  $\pm 0.1$  mm e  $\pm 0.01$  mm, sem nunca se obterem resultados aceitáveis, isto é, o erro é muito grande, entre -2 e 2 mm.

O método de restrição do controlador tentado a seguir consistiu na introdução de um bloco *Sign* como responsável pelo *set* do *Flip – Flop*. Este bloco em conjunto com outros, como um bloco de detecção de variação do sinal de entrada, permite obter um sinal que indica

quando o erro troca de sinal, ou seja, quando o pistão passa pela referência. Este método por si só não foi eficaz, já que, quando o *set* do *Flip – Flop* é feito e o integrador pára, o pistão fica com erro elevado. Houve a necessidade de se incluir um outro bloco, um Contador, que contabiliza o número de vezes que o sinal do erro se inverte, e só faz o *set* do *Flip – Flop* quando um determinado número de inversões é atingido. Com isto garante-se que o integrador actua até que o pistão, com o *overshoot*, passe pela referência um número de vezes suficiente para que fique perto desta. Foram testados vários valores para o contador, entre 3 e 5, atingindo-se geralmente erros dentro de  $\pm 5$  mm com  $\omega_{RE}$  de 60 rad/s que, como foi verificado com a referência anterior, conduz aos melhores resultados. Na Fig.65 mostram-se os resultados com as melhores afinações. Nota-se que aumentando o número de contagens o erro diminui, atingindo-se, com 5 inversões de sinal erros normalmente dentro de  $\pm 1.5$  mm.

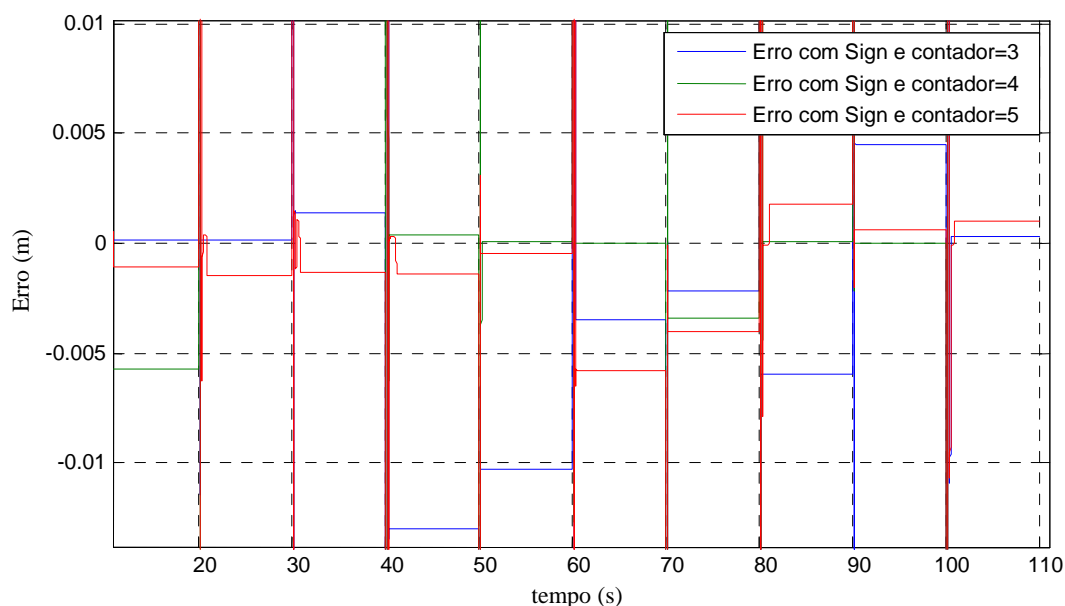


Fig.65 – Erro \_ Sign e Contador = (3,4 e 5)

É de referir que foram testados números superiores de inversões (8,9,11) e outros tipos de referências, como ondas quadradas, não se conseguindo posicionar com erros melhores que os da Fig.65, quer pelo erro ser superior, quer por o sistema entrar em ciclo limite.

Outra técnica restritiva usada foi a combinação de uma *Dead Zone* ( $\pm 0.5$  mm) com um Contador. Os resultados que merecem destaque são os obtidos com o contador definido para 3 e 6 inversões, em que os erros no primeiro caso se situam entre 1 mm e -5 mm (Fig.66), e no segundo caso com erros dentro de aproximadamente 1mm (Fig.67).

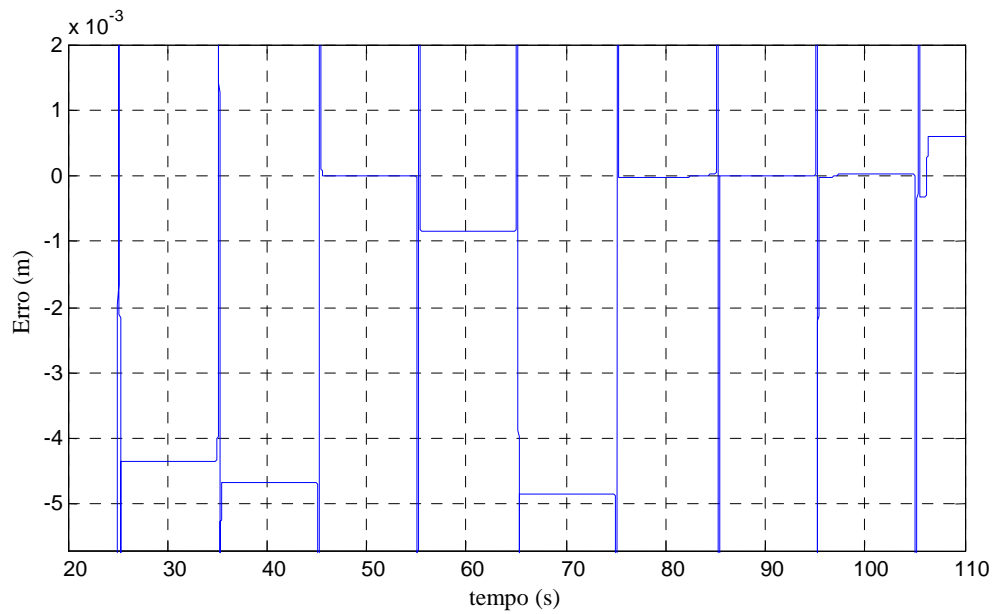


Fig.66 – Erro \_ Sequência de degraus com Gerador de Trajectórias \_ *Dead Zone*  $\pm 0.5$  mm;  
Contador de 3

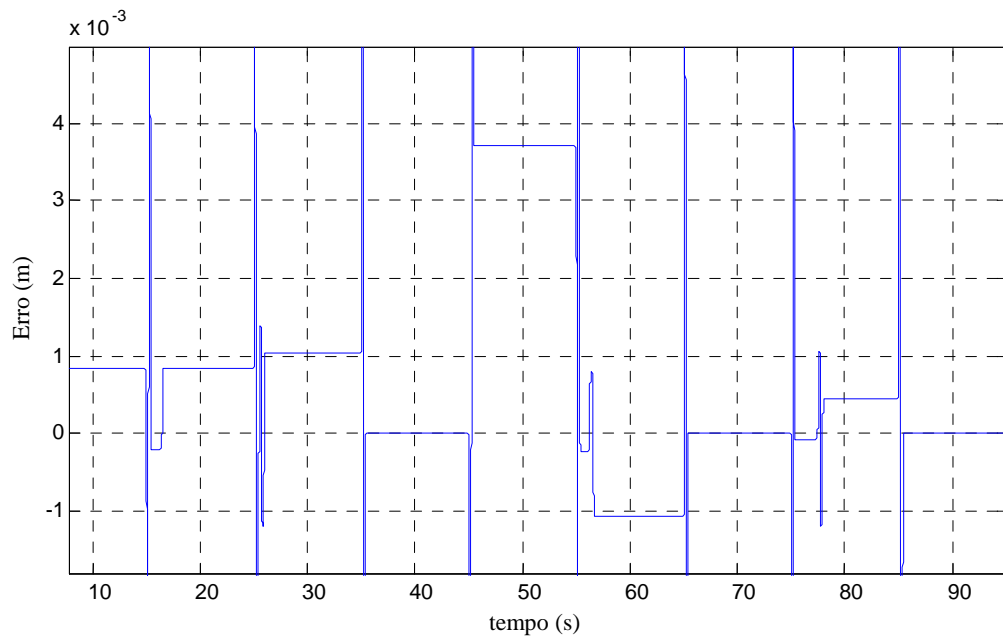


Fig.67 – Erro \_ Sequência de degraus com Gerador de Trajectórias \_ *Dead Zone*  $\pm 0.5$  mm;  
Contador de 6

É de referir que neste caso a referência utilizada foi uma sequência de degraus com Gerador de Trajectórias, já que, com outras referências, como sequência de degraus, não se obtêm os mesmos resultados. Isto deve-se ao facto de, com a função utilizada, existindo uma evolução mais suave entre referências, o sistema conseguir parar o pistão dentro da *Dead Zone*.

O terceiro, e último, método de restrição da acção integral prende-se com o facto de ter sido verificado, ao longo dos ensaios, que a partir de um determinado instante de tempo, o controlador conseguia posicionar o sistema na referência, com um determinado erro e, depois, ou estabilizava ou entrava em ciclo limite. Por isso mesmo, esta terceira tática utiliza um temporizador no integrador, ou seja, deixa este evoluir livremente durante um determinado intervalo de tempo e, depois, faz com que o integrador estacione no valor que tiver nesse instante.

Foram utilizados três tipos de referências, entre elas, uma sequência de degraus com Gerador de Trajectória, sequência de degraus e uma onda quadrada com amplitude variável. Depois de alguns testes iniciais verificou-se que o intervalo de tempo a utilizar se situa entre 400 e 500 ms. Assim, os resultados apresentados utilizam intervalos de tempo entre estes dois valores.

A primeira referência utilizada foi uma onda quadrada com amplitude variável, com um temporizador de 450 ms, obtendo-se normalmente erros entre -0.6 e 0.3 mm (Fig.68). Com um temporizador de 500 ms (Fig.) a repetibilidade diminui, originando erros entre 1.4 e 0.05 mm.

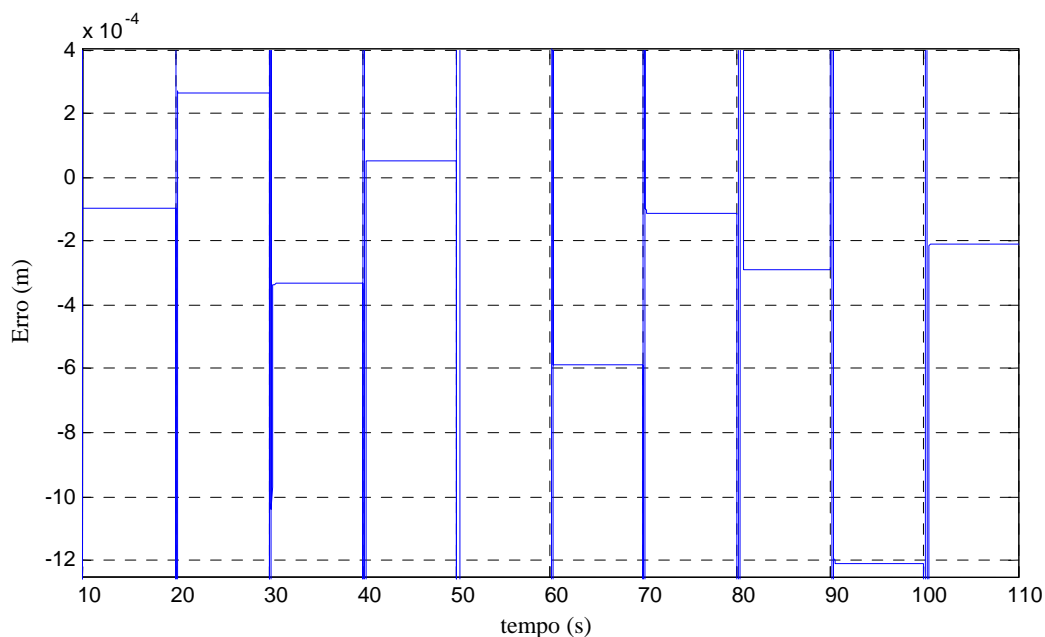


Fig.68 – Erro \_ Onda quadrada com amplitude variável \_ Temporizador = 450 ms



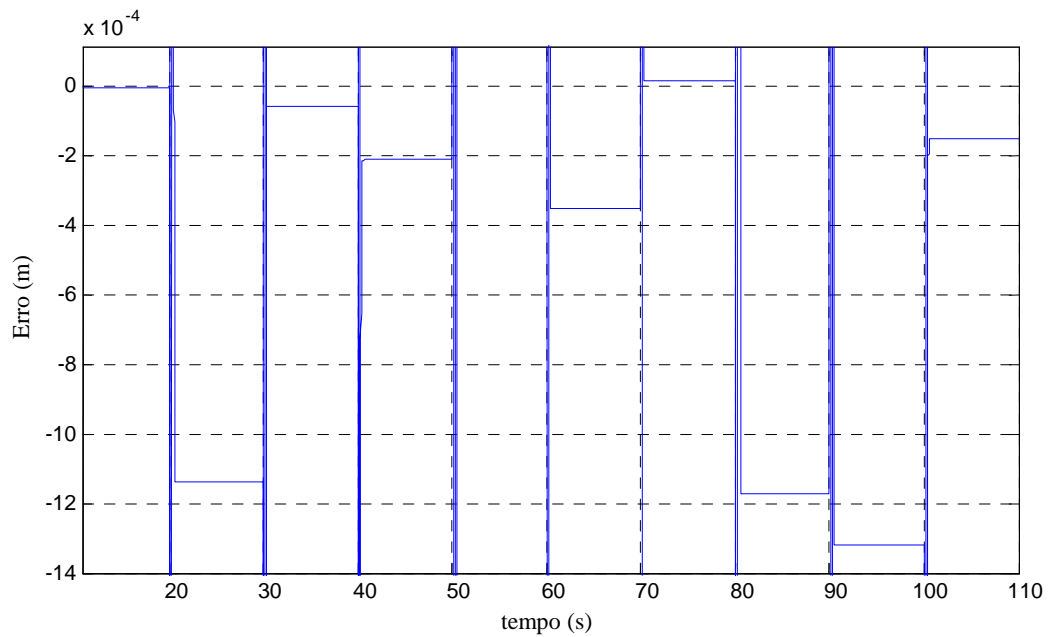


Fig.69 – Erro \_ Onda quadrada com amplitude variável \_ Temporizador = 500 ms

De seguida testou-se uma sequência de degraus com Gerador de Trajectória em que, com um temporizador de 400 ms, tirando um ou outro erro superior, atingem-se, usualmente, erros entre -0.5 e 0.3 mm (Fig.69). Com um temporizador de 500 ms a dispersão do erro diminuí de amplitude, sendo que no geral se consegue um posicionamento com um erro contido entre -0.3 e 0.1 mm (Fig.70).

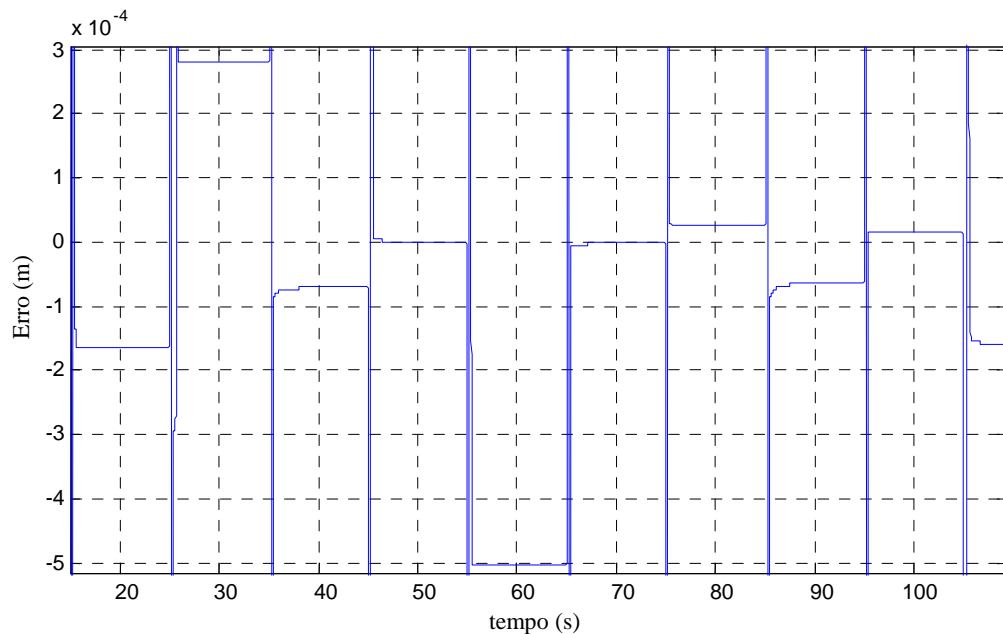


Fig.69 – Erro \_ Sequência de degraus com Gerador de Trajectória \_ Temporizador = 400 ms

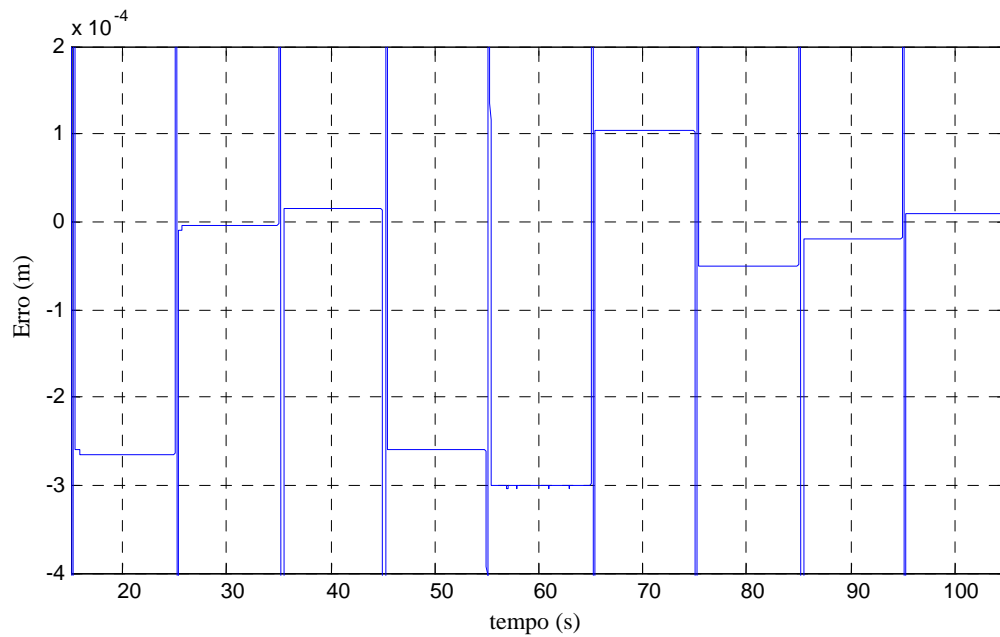


Fig.70 – Erro \_ Sequência de degraus com Gerador de Trajectória \_ Temporizador = 500 ms

Por último, foi testada uma sequência de degraus que, como já foi visto e mostrado para as técnicas de restrição anteriores, origina erros superiores. Assim, e tendo em conta a não repetibilidade da gama de erros, ou seja, a existência de alguns erros durante os ensaios que têm amplitudes muito diferentes dos restantes, obtêm-se erros, com esta referência, na gama de  $\pm 1$  mm, com um temporizador de 400 ms (Fig.72). Quando o temporizador é aumentado para os 500 ms, o erro passa a estar contido entre 1.5 e -0.5 mm (Fig.73).

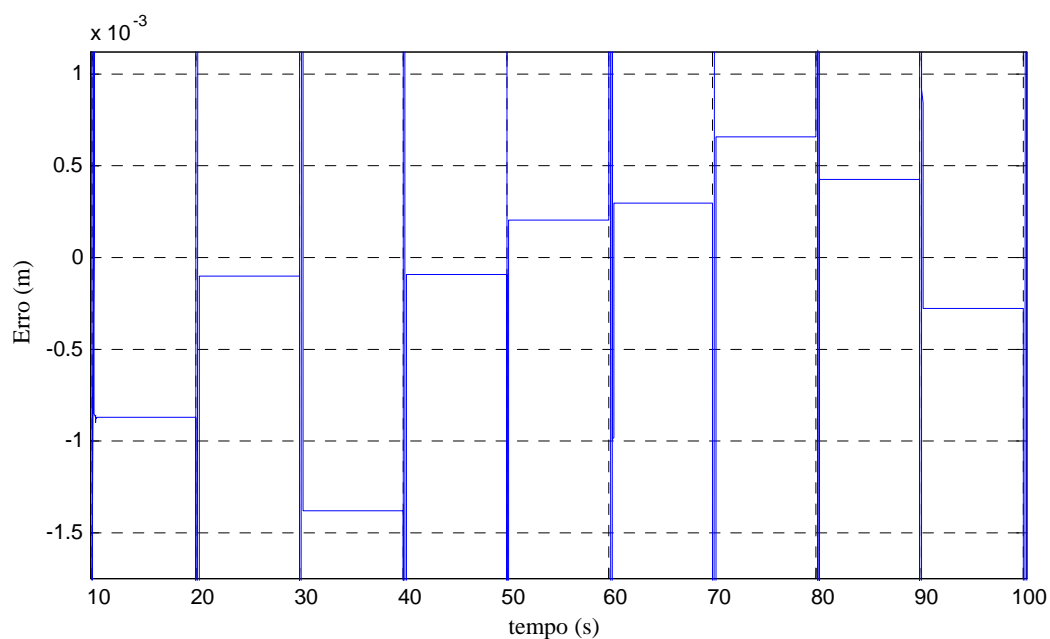


Fig.71 – Erro \_ Repetição de degraus \_ Temporizador = 400 ms

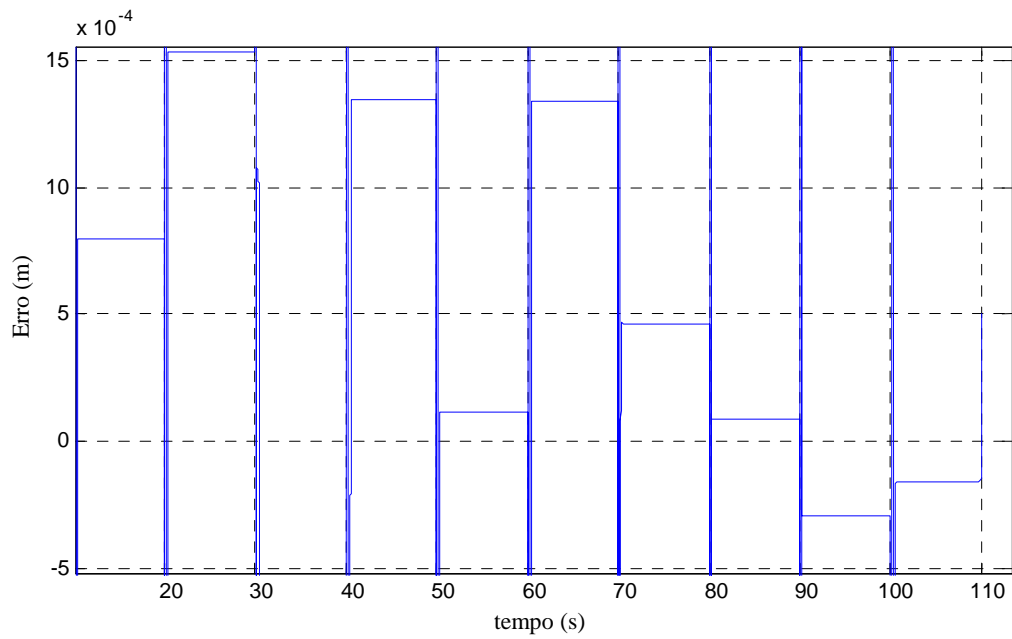


Fig.72 – Erro \_ Repetição de degraus \_ Temporizador = 500 ms

De todos os controladores experimentados, o que obteve melhores resultados, tendo em conta não só o valor absoluto do erro mas também a dispersão deste, a probabilidade de ocorrência de ciclos limite e do “*sticking and restarting phenomena*”, foi o controlador RE com acção integral, em que o integrador é inibido 500 ms após a estabilização da referência.

Com este tipo de algoritmo de restrição integral, o mesmo controlador pode ser utilizado em aplicações quer de posicionamento, quer de seguimento de trajectórias.

#### 4.4.4 – Resumo dos resultados obtidos

De entre todos os controladores testados apresenta-se na tabela 13 os resultados mais relevantes. De referir que o controlador que obteve melhores resultados, foi o controlador por retorno de estado com acção integral em que, a restrição do integrador utilizada foi um Temporizador. Com este, no posicionamento de uma trajectória conseguem-se erros inferiores a 0.3 mm.

Tabela 13 – Resultados de vários controladores para diferentes trajectórias

Tipo de Controlador	Referências	Erros
Proporcional	Degrau / Rampa	3 a 4 mm / 8 a 15 mm
RE sem acção integral com $\omega_{RE} = 80 \text{ rad/s}$	Sequência de degraus	Entre -0.5 e 1.8 mm
RE sem acção integral com colocação de pólos clássica $\omega_n = 45 \text{ rad/s}$	Sequência de degraus	Entre -1 e 2.5 mm
RE com acção integral	Sinusóide	Entre -3 e 3 mm
RE com acção integral com Dead Zone $\pm 0.5 \text{ mm}$	Repetição de degraus	Entre -0.1 e 0.6 mm
RE com acção integral com Sign	Vários	Entre -2 e 2 mm
RE com acção integral com Temporizador (500 ms)	Sequência de degraus com Gerador de trajectórias	Entre -0.3 e 0.11 mm

# CAPÍTULO 5

## *Conclusões e trabalhos futuros*

### **5.1 Principais conclusões do trabalho**

Deste trabalho podem ser retiradas várias conclusões. Entre elas, e começando pela parte mais teórica do controlo linear de sistemas pneumáticos, a modelação do sistema deve ser feita de modo cuidado e atento, tendo em consideração todas as variáveis existentes neste, desde as suas características termodinâmicas até às suas características dinâmicas.

No que diz respeito ao projecto dos controladores, existem vários pontos a ter em conta, como o cuidadoso cálculo de todos os parâmetros, já que qualquer variação pode ter uma grande influência no comportamento do sistema. Também é muito importante a escolha da topologia destes, já que, para cada tipo o comportamento do sistema vai ser muito diferente.

A implementação dos controladores em Matlab/Simulink é uma tarefa que, por estes programas permitirem uma grande panóplia de opções e possuírem grandes capacidades, exige do utilizador conhecimentos muito alargados. Para além disso, é necessária uma atenção redobrada a todos os parâmetros que se podem variar, já que, se assim não for, podem ser feitos testes que, no final, podem não ter validade ou não acrescentam informação relevante.

Em relação aos resultados apresentados pode-se concluir que quanto ao controlador proporcional foram atingidos os objectivos propostos, ou seja, não eram esperados resultados satisfatórios, mas sim que desse uma certa experiência ao autor e permitisse a obtenção de uma serie de parâmetros necessários para os outros controladores. Quanto ao controlador por retorno de estado sem acção integral os resultados atingidos são satisfatórios, já que, depois de várias melhorias tentadas e introduzidas chegou-se a erros bem aceitáveis para este tipo de controlador. No que diz respeito ao controlador RE com acção integral, apesar da inicial dificuldade em integrar tarefas de posicionamento e de seguimento de trajectória, foi conseguido no final um método que permite essa mesma integração: a utilização de um temporizador na restrição da acção de controlo gerada pelo integrador. Este método possibilita bons resultados quer no posicionamento quer no seguimento de trajectórias. Ficou também bem patente a dificuldade de evitar o ciclo limite provocado pela conjugação da não linearidade da força de atrito estática com o integrador. Os vários métodos experimentados

para parar a acção do integrador conduzem, na maioria dos casos, a erros grandes e com grande dispersão, o que dificulta a sua análise.

## 5.2 Trabalhos e desenvolvimentos futuros

Como trabalhos futuros, nomeadamente ao nível do controlador RE com acção integral, há lugar para o desenvolvimento de algoritmos de restrição da acção integral mais evoluídos que permitam não só a obtenção de erros inferiores mas também melhor repetibilidade destes. Esses algoritmos devem ser sempre compatíveis com tarefas de seguimento de trajectórias, sem prejudicar as de posicionamento.

Uma outra melhoria, pode ser introduzida contabilizando as perturbações externas, nomeadamente as forças de atrito estático, que não são facilmente calculadas. Aquando do projecto do controlador RE com acção integral, estas não foram contabilizadas. A sua consideração deverá introduzir melhorias significativas no sistema. O seu cálculo pode ser feito a partir de estimativas da força de atrito estático, utilizando modelos como os apresentados em [5].

# BIBLIOGRAFIA

1. Definição de pneumática visto em: <http://pt.wikipedia.org/wiki/Pneumática>
2. **Cermak, A.-L.**, La Poste pneumatique, un système original d'acheminement rapide du courrier: l'exemple du réseau de Paris des origines à sa suppression: 1866-1984, 2003, MSc thesis, Université Paris IV Sorbonne (Resumo disponível em <http://www.laposte.fr/chp/mediasPdf/maitrise/cermak.pdf>), Paris, France.
3. **Beach, A.**, The Pneumatic Tunnel Under Broadway, 1870; Scientific American; disponível em <http://www.nycsubway.org/articles/beach-1870-03-05.html>.
4. **Encyclopædia Britannica Online**, Mount Cenis Tunnel, disponível em <http://search.eb.com/eb/article-9054012>. 2007.
5. **Carneiro, João Falcão**, Modelação e controlo de actuadores pneumáticos utilizando redes neuronais artificiais, 2007, PhD thesis, Universidade do Porto, Porto, Portugal.
6. **Eichelberg, G.**, Some new investigations of old combustion engine problems, Engineering, 1939, 148(27), pp. 463-466.
7. **ISO 6358 Standard**, Pneumatic fluid power - Components using compressible fluids - Determination of flow-rate characteristics, 1989, International Organization for Standardization.
8. **Kellal, A., Scavarda, S., Fontaine, J.G.**, Electropneumatic servodrive for a robot, Proc. of the International Symposium on Industrial Robots, Brussels, Belgium, 1986, pp. 117-128.
9. **Ogata, K.**, Engenharia de Controlo Moderno, 4ª edição. 2003, São Paulo, Prentice Hall.
10. **Van de Vegte, John**, Feedback control systems, 3ª edição. , New Jersey, Prentice Hall.
11. **Brun, X., Sesmat, S., Thomasset, D., Scavarda, S.**, Study of "Sticking and Restarting Phenomenon" in Electropneumatic Positioning Systems, ASME J. Dyn. Syst., Meas., Control, 2005, 127(1), pp. 173-184.